ASTRONOMIA DE POSIÇÃO:
NOTAS DE AULA

POR

José Milton Arana

Departamento de Cartografia
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Unesp – Campus de Presidente Prudente

MARÇO / 2000

SUMÁRIO

NOTAS DE AULA

de

ASTRONOMIA DE POSIÇÃO

1 REVISÃO DE TRIGONOMETRIA ESFÉRICA

A trigonometria esférica é imprescindível ao estudo da Astronomia de Posição.

1.1 Definições:

a. ***Superfície esférica***: é o lugar geométrico dos pontos do espaço que eqüidistam de um ponto interior chamado centro.

   A interseção de um plano com a esfera forma um círculo. Há duas situações: se este plano contiver o centro da esfera, tem-se o ***círculo máximo***; e se o plano que "corta" a esfera não contém o centro da esfera, tem-se o ***círculo menor***.

b. ***Polígono esférico***: é a porção da superfície esférica limitada exclusivamente por arcos de circunferência máxima.

c. ***Triângulo esférico***: é a porção da superfície esférica limitada por 3 arcos de circunferência máxima, menores que 180°. Ou, polígono esférico formado por 3 lados menores que 180°.

Resolver um triângulo esférico é determinar 3 de seus elementos quando são conhecidos os outros 3 elementos.

Os triângulos eulerianos possuem todos seus lados menores que 180°.

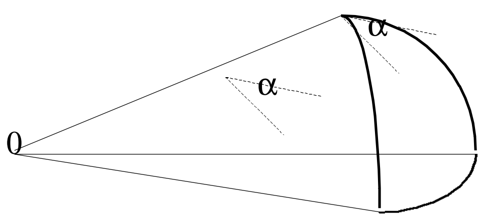
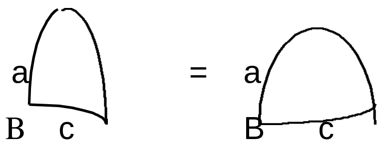


Figura 01 – Ângulos esféricos

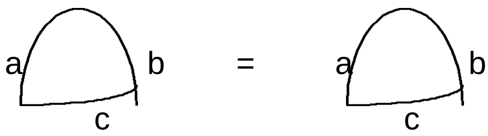
1.2 Igualdade dos triângulos esféricos

Dois triângulos, pertencentes à mesma esfera, são iguais quando:

a. Possuir um ângulo igual, compreendido entre dois lados respectivamentes iguais;



b. Possuir três lados respectivamente iguais; e



c. Ter um lado igual, adjacentes a dois ângulos iguais.

1.3 Propriedades dos triângulos esféricos

a. Um lado sempre é menor que a soma dos outros dois lados e maior que a diferença dos mesmos;

   $a < b + c$

   $a > b - c$

b. O lado maior se opõe ao ângulo maior;

c. A lados iguais se opões ângulos iguais;

d. A soma dos **ângulos** de um triângulo esférico está compreendido entre 180^o e 540^o.

   $180^o < A + B + C < 540^o$

e. A soma dos lados de um triângulo esférico é sempre menor que 360^o.

   $a + b + c < 360^o$.

1.4 Fórmulas fundamentais da trigonometria Esférica

Fórmula dos 4 elementos (lados) – Este grupo de fórmulas relaciona três lados e um ângulo.

$$\left.\begin{array}{l}\cos a = \cos b \ \cos c + \operatorname{sen} b \ \operatorname{sen} c \ \cos A \\ \cos b = \cos a \ \cos c + \operatorname{sen} a \ \operatorname{sen} c \ \cos B \\ \cos c = \cos a \ \cos b + \cos a \ \cos b \ \cos C\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 1.1$$

Analogia dos senos – Este grupo de fórmulas relaciona dois lados e dois ângulos respectivamente opostos do triângulo esférico.

$$\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} A} = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B} = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} C} \quad . . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 1.2$$

Fórmula dos 4 elementos – Este grupo de fórmulas relaciona três ângulos e um lado.

$$\left.\begin{array}{l}
\cos A = - \cos B \cos C + \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \cos a \\
\cos B = - \cos A \cos C + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \cos b \\
\cos C = - \cos A \cos B + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \cos C
\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 1.3$$

Fórmula dos 5 elementos Este grupo de fórmulas relaciona três lados e dois ângulos.

$$\left.\begin{array}{l}
\operatorname{sen} b \cos A = \cos a \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} a \cos c \cos B \\
\operatorname{sen} c \cos B = \cos b \operatorname{sen} a - \operatorname{sen} b \cos a \cos C \\
\operatorname{sen} a \cos C = \cos c \operatorname{sen} b - \operatorname{sen} c \cos b \cos A \\
\operatorname{sen} b \cos C = \cos c \operatorname{sen} a - \operatorname{sen} c \cos a \cos B \\
\operatorname{sen} c \cos A = \cos a \operatorname{sen} b - \operatorname{sen} a \cos b \cos C \\
\operatorname{sen} a \cos B = \cos b \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} b \cos c \cos A
\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 1.4$$

Fórmula das co-tangentes – Este grupo de fórmulas relaciona dois lados e dois ângulos não opostos.

$$\left.\begin{array}{l}
\operatorname{cotg} A \operatorname{sen} B = \operatorname{cotg} a \operatorname{sen} c - \cos c \cos B \\
\operatorname{cotg} B \operatorname{sen} C = \operatorname{cotg} b \operatorname{sen} a - \cos a \cos C \\
\operatorname{cotg} C \operatorname{sen} A = \operatorname{cotg} c \operatorname{sen} b - \cos b \cos A \\
\operatorname{cotg} A \operatorname{sen} C = \operatorname{cotg} a \operatorname{sen} b - \cos b \cos C \\
\operatorname{cotg} B \operatorname{sen} A = \operatorname{cotg} b \operatorname{sen} c - \cos c \cos A \\
\operatorname{cotg} C \operatorname{sen} B = \operatorname{cotg} c \operatorname{sen} a - \cos a \cos B
\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 1.5$$

Fórmula da Borda – Este grupo de fórmulas relaciona um ângulo e três lados.

$$\left.\begin{aligned}
&tg^2 \frac{A}{2} = \frac{sen(s-b)\ sen(s-c)}{sen\,s\ sen(s-a)}\\[2ex]
&tg^2 \frac{B}{2} = \frac{sen(s-a)\ sen(s-c)}{sen\,s\ sen(s-b)}\\[2ex]
&tg^2 \frac{C}{2} = \frac{sen(s-a)\ sen(s-b)}{sen\,s\ sen(s-c)}\\[2ex]
&\text{com}\quad 2s = a + b + c
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 1.6$$

Regra de Mauduit - Trata-se de uma regra mnemônica para a resolução de triângulos esféricos retângulo.

"*O co-seno do elemento médio é igual ao produto das co-tangentes dos elementos conjuntos ou produto dos senos dos elementos separados"*

cos = co co = se se 1.7

Ps: 1. a hipotenusa é considerada neutra na aplicação da regra de Mauduit.

2. aos catetos, são tomados os complementos.

ANALOGIAS DE DELAMBRE (também conhecidas como equações de GAUSS).

As analogias de DELAMBRE são muito utilizadas como *formulas de verificação*, envolvem os seis elementos do triângulo e conduzem a uma identidade quando os elementos obtidos pelo cálculo são corretos.

$$\operatorname{sen}\frac{(A+B)}{2}\cos\frac{c}{2}=\cos\frac{C}{2}\cos\frac{(a-b)}{2}$$

$$\operatorname{sen}\frac{(A-B)}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}=\cos\frac{C}{2}\operatorname{sen}\frac{(a-b)}{2}$$

$$\cos\frac{(A+B)}{2}\cos\frac{c}{2}=\operatorname{sen}\frac{C}{2}\cos\frac{(a+b)}{2}$$

$$\cos\frac{(A-B)}{2}\operatorname{sen}\frac{c}{2}=\operatorname{sen}\frac{C}{2}\operatorname{sen}\frac{(a+b)}{2}$$

$$\operatorname{sen}\frac{(A+C)}{2}\cos\frac{b}{2}=\cos\frac{B}{2}\cos\frac{(a-c)}{2}$$

$$\operatorname{sen}\frac{(A-C)}{2}\operatorname{sen}\frac{b}{2}=\cos\frac{B}{2}\operatorname{sen}\frac{(a-c)}{2}$$

$$\cos\frac{(A+C)}{2}\cos\frac{b}{2}=\operatorname{sen}\frac{B}{2}\cos\frac{(a+c)}{2}$$

$$\cos\frac{(A-C)}{2}\operatorname{sen}\frac{b}{2}=\operatorname{sen}\frac{B}{2}\operatorname{sen}\frac{(a+c)}{2}$$

$$\operatorname{sen}\frac{(B+C)}{2}\cos\frac{a}{2}=\cos\frac{A}{2}\cos\frac{(b-c)}{2}$$

$$\operatorname{sen}\frac{(B-C)}{2}\operatorname{sen}\frac{a}{2}=\cos\frac{A}{2}\operatorname{sen}\frac{(b-c)}{2}$$

$$\cos\frac{(B+C)}{2}\cos\frac{a}{2}=\operatorname{sen}\frac{A}{2}\cos\frac{(b+c)}{2}$$

$$\cos\frac{(B-C)}{2}\operatorname{sen}\frac{a}{2}=\operatorname{sen}\frac{A}{2}\operatorname{sen}\frac{(b+c)}{2}$$

ANALOGIA DE NEPER

dois lados e três ângulos	dois lados e três ângulos
$\operatorname{tg}\frac{(A+B)}{2}=\operatorname{cotg}\frac{C}{2}\,\frac{\cos\frac{(a-b)}{2}}{\cos\frac{(a+b)}{2}}$	$\operatorname{tg}\frac{(a+b)}{2}=\operatorname{tg}\frac{c}{2}\,\frac{\cos\frac{(A-B)}{2}}{\cos\frac{(A+B)}{2}}$
$\operatorname{tg}\frac{(A-B)}{2}=\operatorname{cotg}\frac{C}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{(a-b)}{2}}{\operatorname{sen}\frac{(a+b)}{2}}$	$\operatorname{tg}\frac{(a-b)}{2}=\operatorname{tg}\frac{c}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{(A-B)}{2}}{\operatorname{sen}\frac{(A+B)}{2}}$
$\operatorname{tg}\frac{(A+C)}{2}=\operatorname{cotg}\frac{B}{2}\,\frac{\cos\frac{(a-c)}{2}}{\cos\frac{(a+c)}{2}}$	$\operatorname{tg}\frac{(a+c)}{2}=\operatorname{tg}\frac{b}{2}\,\frac{\cos\frac{(A-C)}{2}}{\cos\frac{(A+C)}{2}}$
$\operatorname{tg}\frac{(A-C)}{2}=\operatorname{cotg}\frac{B}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{(a-c)}{2}}{\operatorname{sen}\frac{(a+c)}{2}}$	$\operatorname{tg}\frac{(a-c)}{2}=\operatorname{tg}\frac{b}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{(A-C)}{2}}{\operatorname{sen}\frac{(A+C)}{2}}$
$\operatorname{tg}\frac{(B+C)}{2}=\operatorname{cotg}\frac{A}{2}\,\frac{\cos\frac{(b-c)}{2}}{\cos\frac{(b+c)}{2}}$	$\operatorname{tg}\frac{(b+c)}{2}=\operatorname{tg}\frac{a}{2}\,\frac{\cos\frac{(B-C)}{2}}{\cos\frac{(B+C)}{2}}$
$\operatorname{tg}\frac{(B-C)}{2}=\operatorname{cotg}\frac{A}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{(b-c)}{2}}{\operatorname{sen}\frac{(b+c)}{2}}$	$\operatorname{tg}\frac{(b-c)}{2}=\operatorname{tg}\frac{a}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{(B-C)}{2}}{\operatorname{sen}\frac{(B+C)}{2}}$

1.5 EXERCÍCIOS

1. Calcular a distância entre Presidente Prudente e Moscou.

dados:

Presidente Prudente	Moscou
$\varphi = 22^o\ 07'$ S $\lambda = 51^o\ 24'$ W	$\varphi = 55^o\ 45'$ N $\lambda = 37^o\ 30'$ L

Ps: Adotar o Raio da Terra = 6 370 km

2. Resolver os triângulos esféricos:

a.
a = $52^o\ 05'\ 50''$
b = $66^o\ 06'\ 10''$
c = $68^o\ 13'\ 00''$

b.
A = $110^o\ 30'\ 20''$
B = 130 40 10
C = 100 20 50

c.
a = $88^o\ 42'\ 30''$
b = 60 10 10
C = 70 48 40

d.
A = $70^o\ 30'\ 30''$
B = 100 30 30
c = 60 30 40

3. Resolver os triângulos, retângulos em A, abaixo:

e.
a = $54^o\ 20'$
b = $43^o\ 32'\ 30'$

f.
b = $12^o\ 17'$
c = 9 45

g.
a = $64^o\ 40'$
B = 64 38

2. COORDENADAS DE UM PONTO SOBRE A SUPERFÍCIE DA TERRA E SOBRE MODELOS GEOMÉTRICOS

2.1 INTRODUÇÃO

A Astronomia, provavelmente, seja a atividade científica mais antiga do homem. Nasceu há milhares de anos, numa época que nos deixou poucos testemunhos. Os fundadores inconscientes desta ciência eram humildes pastores, agricultores e caçadores nômades, pois estes tinham a necessidade de compreender os fenômenos celestes que estavam intimamente relacionados às suas vidas cotidiana (estações do ano, orientação terrestres e em alto mar, época de caça, plantio, etc.

A Astronomia de Posição, também conhecida como Astronomia Esférica ou Astronomia de Campo utiliza-se dos astros para o posicionamento e orientação na superfície da Terra, ou seja, utiliza-se de métodos e técnicas para obter as coordenadas astronômicas de um ponto, bem como o azimute de uma direção qualquer materializada no terreno.

O uso de teodolitos e cronômetros às observações aos corpos celestes, possibilita a determinação da *posição geográfica* (latitude, longitude e direção de um ponto sobre a superfície terrestre).

Quanto a precisão, tais observações são classificadas em:

. Alta precisão – As coordenadas de um ponto na superfície terrestre são obtidas com um erro médio inferior a 0,1” (um décimo de segundo de arco) e o azimute de uma direção qualquer com erro médio inferior a 0,3” (três décimos de segundo de arco). Assim, a insegurança de um ponto, está dentro de um círculo de 3 metros de raio. As determinações de alta precisão são objetos de estudos da Astronomia Geodésica, usualmente foram utilizada no estabelecimento de pontos de Laplace nas triangulações, que são pontos de triangulações geodésicas, onde eram determinadas o azimute de uma direção e a longitude astronômicas do ponto. Tais pontos fornecem elementos para o cálculo do desvio da vertical.

. Precisão – As coordenadas astronômicas de um ponto e o azimute de uma direção qualquer são obtidas com erro médio inferior a 1,0” (um segundo de arco) para a latitude e longitude, para o azimute o erro de orientação deve ser inferior a 1,5” (um segundo e cinco décimo de arco). Esta precisão assegura que a posição de um ponto esteja dentro de um círculo de, aproximadamente, 30 metros.

. Expeditas – As coordenadas astronômicas de um ponto e o azimute de uma direção qualquer são obtidas com erro médio superior a 1,0” e 1,5”, respectivamente para a latitude e longitude, e azimute.

2.2 Coordenadas geográficas

Como um dos objetivos da Astronomia de Posição é a determinação das coordenadas geográficas ou astronômicas de um ponto, definem-se as coordenadas, conforme segue:

a – ***latitude geográfica ou astronômica*** de um ponto é o ângulo formado pela vertical desse ponto com sua projeção equatorial (em nossa disciplina será representada pela letra grega ϕ), tem variação de 0^o a $\pm$ 90^o, sendo positiva no Hemisfério Norte e negativa no Hemisfério Sul;

b – ***longitude geográfica*** é o ângulo diedro formado pelo meridiano astronômico do ponto e o meridiano que passa pelo Observatório de Greenwich (origem). É simbolizada pela letra grega λ. A longitude varia de 0^o a 180^o por leste ou de 0^o a 180^o por oeste de Greenwich. Usualmente, representa-se a longitude com variação de 0^o a $\pm 180^{\circ}$. No desenvolvimento de nossa disciplina, utilizar-se-á o sinal positivo para longitude de pontos situados a leste de Greenwich e negativo para pontos situados a oeste. Assim, todos os pontos situados em território brasileiro terão longitude negativa.

c - ***azimute astronômico***. Chama-se azimute astronômico de uma direção ao ângulo formado entre o meridiano do ponto e o alinhamento da direção, contado sobre o plano do horizonte, a partir do sul por oeste.

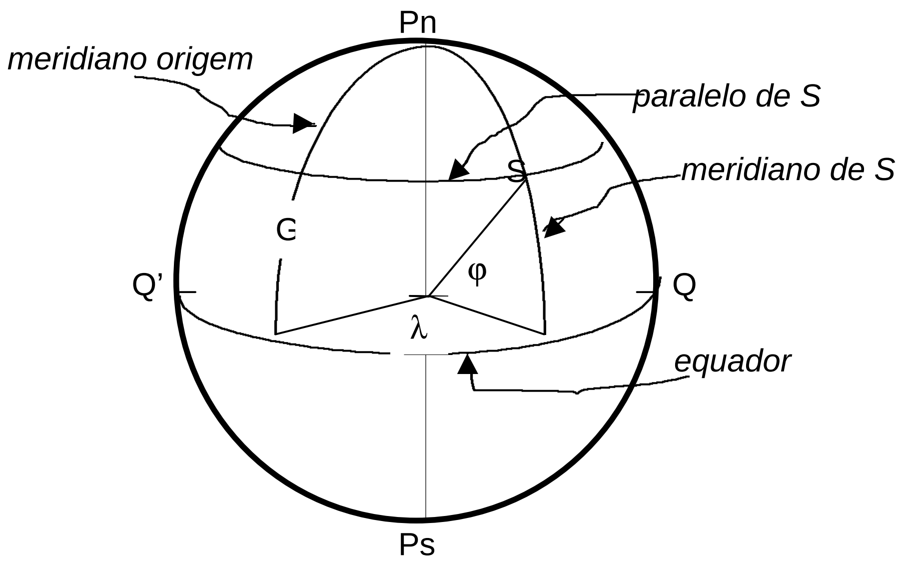


Figura 2 – Coordenadas geográficas

Rotineiramente, o cartógrafo utiliza-se de três superfícies:

Superfície física da Terra – É a superfície na qual são realizadas as operações geodésicas e astronômica;

Superfície do modelo geométrico – Denominada de superfície de referência e sobre a qual são efetuados os cálculos geodésicos, na maioria das vezes é o elipsóide de revolução; e

o geóide é uma determinada superfície eqüipotencial do campo da gravidade; geope que mais se aproxima do nível médio dos mares. Nos continentes e ilhas acha no interior da crosta. O geóide presta-se à definição da terceira coordenada natural, ou seja, a ***altitude ortométrica*** (distância contada ao longo da vertical, desde o geóide até o ponto considerado.

Na figura 3, que segue, mostra-se esquematicamente as três superfícies mencionadas e mais o geope passante pelo ponto S; este admite **V** como vertical (perpendicular ao geope W) e **N** como normal. O desvio da vertical **i** é o ângulo formado pela vertical e pela normal passante pelo ponto S

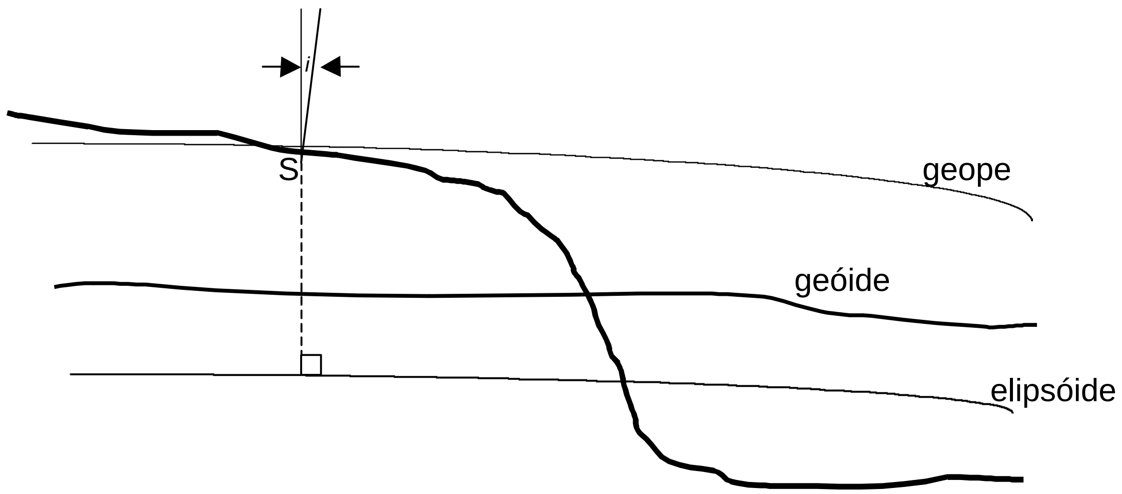


Figura 03 – Superfícies utilizadas em Geodésia

3 NOÇÕES PRELIMINARES de cosmografia

3.1 ASTROS FIXOS E ERRANTES

São denominados de astros a todos os corpos, luminoso ou não, isolado no espaço. A olho nú apenas cerca de 5000 são visíveis (são estes astros que tem interesse à Astronomia de Posição). Didaticamente, os astros são separados em dois grupos: ***fixos*** (as estrelas) e ***errantes*** (todos os planetas componentes do Sistema Solar).

Características dos astros fixos:

- *Posição relativa*. Suas distâncias angulares são praticamente constantes. Por exemplo, observando-se a constelação Cruzeiro do Sul todos os dias, ver-se-á que sua posição no espaço pode mudar, mas suas estrelas mantém uma constância de posição na constelação;
- *Cintilação*. Os astros fixos apresentam o fenômeno de cintilação, que é a variação rápida e irregular da intensidade de luz emitida pelo astro;
- *Espectro luminoso*. Possuem espectro luminoso próprio (exceção ao Sol);
- Revelam-se, mesmo ao telescópio, como ponto luminoso.

Características dos astros errantes

- ***Não*** conservam suas distâncias angulares constantes;
- Sua luz é fixa (sem cintilação); e
- Ao telescópio, revelam-se como disco.

Esclarece-se que os astros ditos “fixos”, na realidade se deslocam pelo espaço (demonstrado pela primeira vez por Halley em 1718), sua falsa imobilidade é conseqüência das extraordinárias distâncias que os separam da Terra. O movimento aparente das estrelas sobre a esfera celeste é praticamente despresível, apenas da ordem de segundos de arco por século.

Magnitude das estrelas

O conceito de magnitude está ligado ao brilho com que as estrelas sensibilizam nossos olhos. Quanto mais elevada é a magnitude, menos luminoso é o astro. A escala abaixo relaciona numericamente, magnitude e brilho;

magnitude: 1 2 3 4 5 6

brilho: 1 1/2,5 1/6,3 1/15,8 1/39,8 1/100

Assim, quanto maior a magnitude numérica, menor é o brilho da estrela. Estes conceitos são importantes, pois as efemérides (tabelas de estrelas) fornecem a posição (coordenadas) de um determinado número de estrelas, bem como sua magnitude. Portanto, o observador tem condições de saber se a estrela em questão tem brilho forte ou fraco. Isto é de grande valia, pois as estrela de primeira grandeza (muito brilhosa) devem ser evitadas, pois não proporcionam pontaria precisa.

Constelações

Constelações são grupamentos arbitrários de estrelas que formam determinadas figuras, aos quais os antigos as batizavam com nomes os mais variados, desde os mitológicos aos de animais e coisas. As constelações atuais, em sua maioria, foram batizadas pelos gregos. Para se uniformizar estas designações, no Congresso Internacional de Astronomia, realizado em Roma no ano de 1922, ficou estabelecido que as constelações deveriam ser designadas pelo seu nome latino. Quando se referir a uma estrela da constelação, identifica-se a mesma com um a letra do alfabeto grego (α, β, γ . .), seguida do nome da constelação, cabendo à estrela mais brilhante da constelação a letra α. Exemplificando:

Nome da constelação: Crux (a cruz)

Nome da estrela: α Crucis (da cruz) – que é a estrela mais brilhante da constelação *Crux.*

3.2 *SISTEMA SOLAR*

Dá-se o nome de sistema solar ao conjunto de corpos celestes que se acham sujeitos à ação atrativa do Sol:

Planetas (nove conhecidos), são astros errantes que, subordinados às leis de Kepler, giram em torno do Sol (que é atribuído como sendo o centro do sistema), na ordem decrescente de suas distâncias ao Sol, são: Mercúrio, Venus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão. Onde, os dois primeiros são ditos planetas *interiores* e os demais, exceto a Terra, *exteriores.*

Satélites, são companheiros de alguns planetas em torno dos quais giram, além de seguí-los n a marcha ao redor do Sol. Os planetas interiores e Plutão não tem satélites conhecidos; a Terra possui um (Lua); Marte, dois (Fobos e Demos); Jupter, doze, dos quais quatro foram descobertos em 1610; Saturno, além de seus característicos anéis possui nove satélites, aos quais salienta-se o TITAN, descoberto em 1655, este é maior que o planeta Mercúrio. Urano apresenta cinco satélites e Neturno dois.

Asteróides ou planetóides são pequenos astros que se espalham pela região do espaço delimitada pelas órbitas de Marte e Júpiter. Hoje, são conhecidos mais de 1 500 planetóides.

Cometas, são astros com aspecto característico, que descrevem longas trajetórias em torno do Sol e dos quais lembra-se o mais famoso o “HALLEY”, possui um período de 75 anos, apareceu pela última vez em 1985.

Satélites artificiais. Nas últimas décadas os sistema solar foi enriquecido com alguns milhares de novos componentes, em sua maioria temporários, que são os satélites artificiais. Dispensa-se aqui a apresentação da importância destes astros artificiais para a geodésia e também para as variadas áreas.

3.3 UNIVERSO

Cláudio Ptolomeu (100 – 178) – Astrônomo, geógrafo e matemático que viveu em Alexandria, postulava o ***Sistema Geocêntrico***, ou seja, a Terra ocupa o centro do Universo.

Nicolau Copérnico (1473 – 1543) – Astrônomo, geógrafo, filósofo e matemático nascido em Torum, na Polônia, em 19 de fevereiro de 1473. Foi ele que nos revelou as relações existentes entre a Terra, o Sol, a Lua e os outros corpos celestes. Foi idealizador do ***Sistema heliocêntrico***, entretanto em contradições com muitos princípios religiosos da época.

Galileu (1564 – 1642) – Consolidou o Sistema heliocêntrico.

Johannes Kepler (1571 – 1630). Até Galileu, as órbitas dos planetas eram tidas como circulares. Kepler introduz as órbitas elípticas em 1609, publicando sua primeira Lei, conhecida como “Lei da Órbitas” . As órbitas planetárias passam de circulares para elípticas.

Newton (1642 – 1727) – nasce a Mecânica Celeste através da Mecânica Celeste.

4 GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

O movimento dos astros do sistema solar estão baseados nas leis de Newton, cujas raízes encontram-se nos trabalhos de Galileu.

Leis de Newton:

1 – Todo corpo não solicitado por forças mantém-se indefinidamente em repouso ou em estado de movimento retilíneo uniforme.

2 – A aceleração é diretamente proporcional à força que atua sobre o corpo e inversamente proporcional à sua massa.

3 – Toda ação corresponde uma reação igual e contrária.

Com base nestas leis, Newton conseguiu substituiu a formulação geométrica do movimento planetário devida a Kepler pela formulação física denominada **LEI**

4.1 DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL:

"Toda partícula de matéria no universo trai qualquer outra partícula com uma força que tem por direção a linha que liga as duas partículas e cuja magnitude é diretamente proporcional ao produto das duas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância"

$$F = G \frac{m_1 \, m_2}{d^2}$$

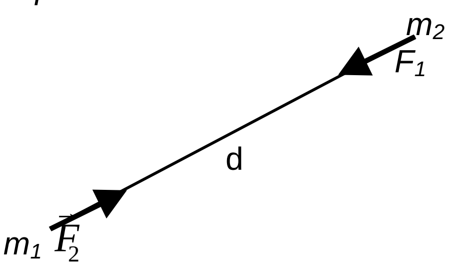


Figura 4 – Atração entre duas partículas

onde.

G – Constante gravitacional – no sistema CGS G = 6,67 10^{-8} cm^3 s^{-2} g^{-1}

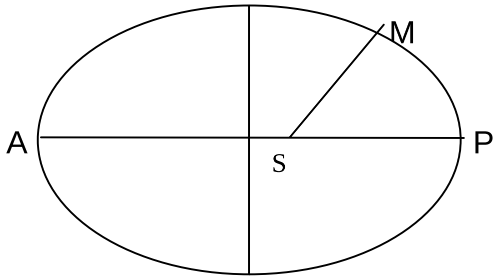
$m_{1,2}$ – Massas das duas partículas;

d – distância que separa as duas partículas

4.2 LEIS DE KEPLER

- ***Lei das Órbitas***

  “Os planetas descrevem órbitas elípticas das quais o Sol ocupa um dos focos”



Onde:

M – Planeta

S – Sol

Figura 5 – Lei das órbitas

SM – Raio Vetor

P – Perihélio

A – Afélio

- ***Lei das Áreas***

  “O raio vetor descreve áreas iguais em temos iguais”

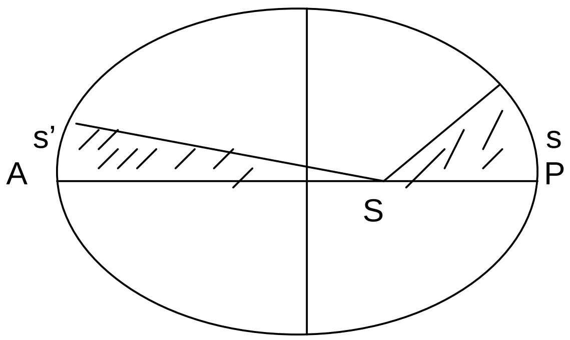


Figura 6 – Lei das áreas

Considerando que um planeta descreva o arco s, próximo ao perihélio e o arco s’, próximo ao afélio, a segunda lei nos diz que os setores A s’ S e S s P possuem a mesma área; assim, s’ < s , o que implica dizer que a velocidade tangencial do planeta é maior no perihélio (máxima) que no afélio (mínima). No caso da Terra, a passagem pelo perihélio se dá nos primeiros dias de janeiro.

Lei dos períodos

"Os quadrados dos perpiodos das revoluções planetárias são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores de suas órbitas".

Considerando dois planetas 1 e 2 , nos quais as órbitas possuem semi-eixo maiores $a_{1,2}$ *e* períodos de revoluções $P_{1,2}$,

$$\frac{P_1^2}{P_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

4.3 MOVIMENTOS DA TERRA

Movimento de rotação – A terra gira em torno de seu eixo em 24 horas siderais, de oeste para leste.

Prova: Pêndulo de Foucault.

O dia sideral possui 86164 segundos médios, portanto a velocidade tangencial da Terra, no equador é de:

$$\frac{2p \ 6\,378\,000}{86\,164} = 465 \text{ m/s}$$

Na latitude de Presidente Prudente ($\varphi = 22^o\ 07'$) , tem-se

465 cos φ = 430,8 m/s

Movimento de Translação – A Terra desloca-se com movimento de translação, em torno do Sol, em um ano sideral. O Sol desloca-se na galáxia arrastando consigo os demais componentes do sistema solar, assim, o movimento da Terra no espaço não é elítico e sim helicoidal. A velocidade de translação da Terra é da ordem de 30 km/s.

Movimento precessional – Este terceiro movimento da Terra é devido a atração do Sol e da Lua sobre a pretuberância equatorial, este faz com que a Terra tenha um "balanço" no espaço (similar a um pião); o eixo de rotação descreve um cone de duas folhas, vértice no geocentro, possui abertura da ordem de 47^o e período de 26 000 anos.

5 SISTEMA DE COORDENADAS CELESTES

5.1 Esfera celeste e definições

Em uma noite de céu limpo, pode-se observar a abóbada celeste como uma grande esfera. A essa esfera imaginária de raio infinito, denomina-se ***esfera celeste***, definida como "*esfera ideal de raio arbitrário com centro coincidente com o centro da Terra (geocentro) e sobre a superfície da qual supomos projetados todos os astros".*

Observando-se os astros tem-se a impressão de que estes estão engastados na esfera celeste, que gira com um movimento aparente (decorrente do movimento de rotação da Terra) de leste para oeste (sentido retrógrado), arrastando consigo todos os astros.

Na Astronomia de Posição não envolvem considerações das distâncias aos astros, em nosso estudo, interessa-nos as direções se segundo os quais são vistos. Para fins de posicionamento astronômico, pode-se considerar que os astros estão às mesmas distância da Terra, ou seja, que a esfera celeste tenha seu raio unitário.

Na figura abaixo, representa-se a esfera celeste, onde as linhas nela contidas estão definidas, conforme seque:

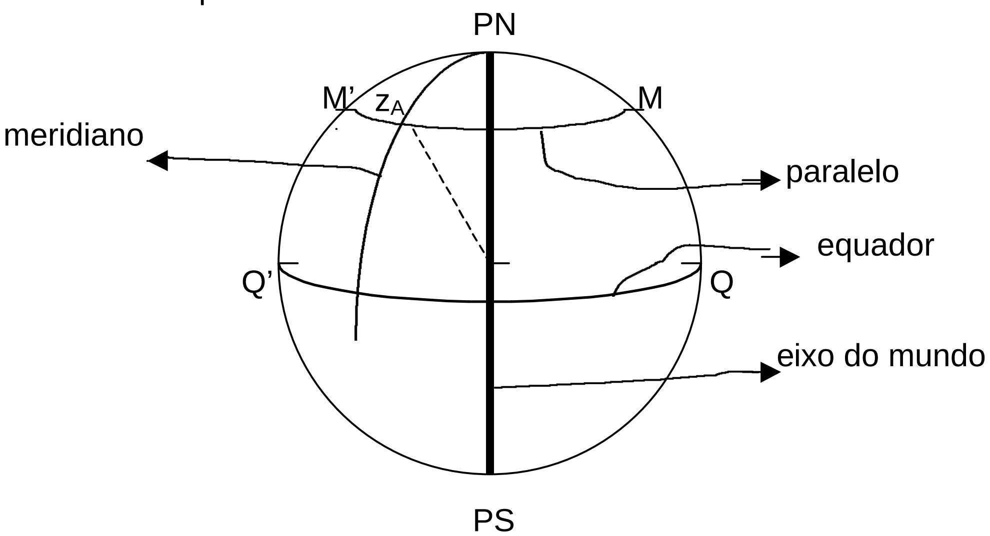


Figura 07 – Esfera celeste

.***eixo do mundo*** é a reta imaginária Pn Ps, prolongamento do eixo de rotação da Terra, em torno do qual se processa o movimento aparente da esfera celeste, de leste para oeste (sentido retrógrado).

.***pólos celestes*** são dois pontos da superfície esférica, diametralmente opostos, resultantes da interseção do prolongamento do eixo do mundo com a esfera celeste, chamados de *pólo sul* e de *pólo norte*. O polo sul, também conhecido como Pólo Austral ou Antártico, e o pólo norte como Boreal ou Ártico.

.***equador celeste*** é o círculo máximo QQ', cujo plano "corta" perpendicularmente o eixo do mundo. O equador divide a esfera celeste em dois hemisférios; o hemisfério Norte contém o polo norte, e o hemisfério Sul contém o polo sul.

.***paralelos celeste*** são círculos menores, cujos planos "cortam" perpendicularmente o eixo do mundo (são paralelos ao equador celeste).

.***zênite e nadir*** são formados pela interseção do prolongamento da vertical do observador com a esfera celeste, entende-se por vertical do observador ao vetor gravidade passante pelo observador, este vetor é materializado pelo fio de prumo; onde, o zenite está acima do horizonte do observador, o nadir abaixo do mesmo.

.***plano vertical*** é todo plano que contém a vertical do observador. Há uma infinidade de planos verticais em cada local, pois uma reta não individualiza um plano.

.***vertical de um astro*** é o plano vertical que contém o astro.

.***horizonte astronômico ou geocêntrico*** é o círculo máximo polar do zênite e do nadir; ou em outras palavras, o círculo passante pelo centro da esfera e perpendicular à vertical do lugar. Divide a esfera em dois hemisférios: o visível que contém o zênite e o invisível que contém o nadir.

Quando as observações astronômicas são realizadas utilizando-se de estrelas, devido à grande distâncias destas ao observador, o raio da Terra é desprezível e pode-se fazer com que o horizonte aparente coincida com o horizonte astronômico. Mas se as observações são realizadas ao Sol, deve-se fazer distinção entre o horizonte aparente e o astronômico, sendo necessário fazer correções às observações, de maneira a reduzi-las ao horizonte astronômico (correção da paralaxe do Sol).

.***almicantarado*** ou círculo de igual altura são círculos menores da esfera celeste, paralelos ao horizonte.

.***meridianos celeste*** são circunferências máximas, cujo planos contém o eixo do mundo.

.***meridiano celeste do observador***. são circunferências máximas da esfera celeste cujo plano é definido pelo eixo de rotação e pela vertical do observador, ou seja, meridiano celeste que contém o zênite do observador. O eixo do mundo divide o meridiano do lugar em dois semi-meridianos, superior e inferior. *Semi-meridiano superior* é a parte do meridiano do lugar que contém o zênite e o *semi-meridiano inferior* é o que contém o nadir.

.***meridiana*** ou *linha norte-sul* é formada pela interseção do meridiano local com o horizonte local. Esta reta determina a direção norte-sul, e nas suas extremidades encontram-se os pontos Sul e Norte. *Ponto Sul* é a projeção do pólo sul, segundo o meridiano do lugar, sobre meridiana. *Ponto Norte* é a projeção, segundo o meridano, do polo norte sobre a meridiana.

.***linha leste-oeste*** é formada pela interseção do plano do equador com o plano do horizonte, ou linha que forma 90°.

5.2 Sistema de coordenadas

Um ponto no espaço é definido por um terno cartesiano ortogonal:

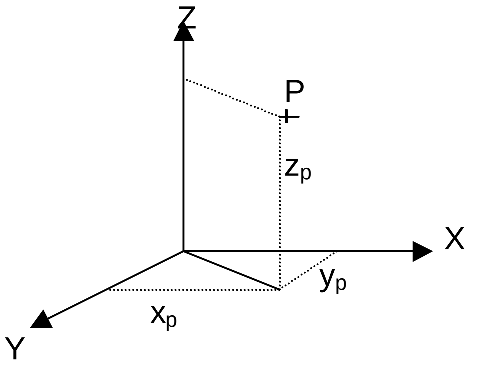


Figura 8 – Coordenadas de um ponto

Quanto à orientação do sistema de coordenadas, pode-se ter:

.***dextrógiro ou direto*** (regra da mão direita) é o sistema em que o observador, situado na origem, com a cabeça voltada para o zênite (Z), vê o eixo X se sobrepor ao eixo Y, num ângulo de 90^{o}, da direita para a esquerda [Figura 03].

.***levógiro ou retrógrado*** (regra da mão esquerda) é o sistema em que o observador, situado na origem, com a cabeça voltada para o zênite (Z), vê o eixo X sobrepor ao eixo Y, num ângulo de 90^{o}, da esquerda para a direita. [Figura 04]

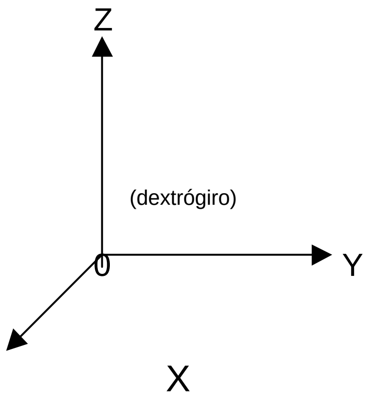


Figura 9 – Sistema dextrógiro

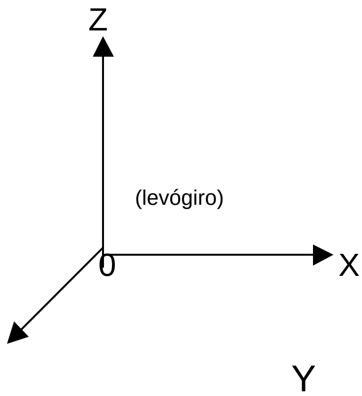


Figura 10 – Sistema levógiro

5.2.1 Sistema de coordenadas horizontais

. Sistema geocêntrico – origem no centro da Terra;

. Orientação – levógiro ou retrógrado;

. Plano fundamental – horizonte astronômico do observador;

.Coordenadas: . A – azimute (abscissa esférica)

. h – altura ou z – distância zenital (ordenada)

- eixos:

. X - formado pela interseção do meridiano do observador com o horizonte;

. Y – coincide com a linha leste-oeste; e

. Z – coincide com a vertical do observador.

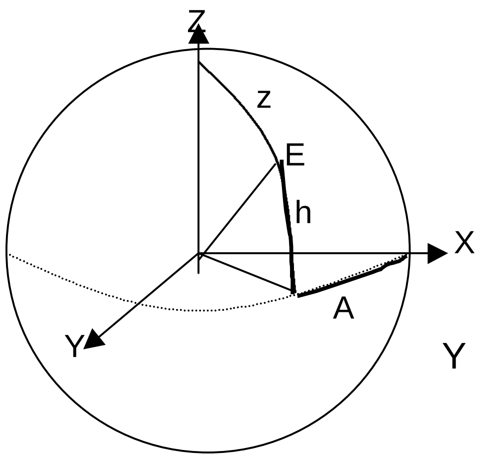


Figura 11 – Sistema de coordenadas horizontais

Neste sistema de coordenadas, tem-se:

. a abscissa esférica é o ***azimute***, definido como o ângulo contado sobre o horizonte, deste o ponto sul, por oeste (sentido retrógrado), até a vertical que contém o astro. Varia de 0^o a 360^o . Quando o astro “cruza” o meridiano, seu azimute será 0^o ou 180^o.

. a ordenada esférica é a ***altura***, ângulo contado desde o horizonte, sobre a vertical do astro, até o astro. Varia de 0^o (astro no horizonte, nascendo ou ocultando) a $\pm 90^o$ (astro no zênite ou no nadir), alturas negativas correspondem a astros situados abaixo do horizonte, e portanto, invisível ao observador. Em muitos problemas é conveniente, ao invés de se usar altura, utiliza-se a distância zenital Z, que é o ângulo contado a partir do zênite até o astro sobre o seu vertical, varia de 0^o (astro no zênite) a 180^o (astro no nadir). Astro no horizonte tem-se $h = 0^o$ ou $Z = 90^o$.

Tem-se que $Z = 90^o - h$

Neste sistema, as coordenadas podem ser obtidas com um teodolito; ao visar-se o astro com um teodolito nivelado, obtém-se Z no limbo vertical do aparelho e, se o observador conhecer o meridiano, pode-se obter também o azimute do astro.

Observa-se que este sistema é **tipicamente local**, pois as coordenadas A e Z dependem da posição do observador, bem como a época em que a observação foi realizada, assim, este sistema variam no tempo e no espaço.

As coordenada retilíneas neste sistema são:

$x = \text{sen } z \ \cos A$

$y = \text{sen } z \ \text{sen } A$

$z = \cos z$

5.2.2 Sistema de coordenadas horárias

. Sistema geocêntrico;

. orientação: levógiro;.

. Plano fundamental é o **equador**;

. coordenadas: **H** – ângulo horário

δ - declinação

.eixos:

. X – formado pela interseção do meridiano do observador com o equador celeste;

. Y – coincide com a linha leste-oeste; e

. Z – coincide com o eixo de rotação da terra (ou esfera).

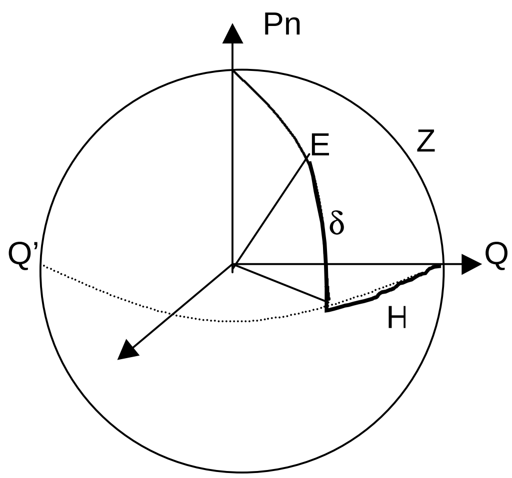


Figura 12 – Sistema de coordenadas horárias

Neste sistema de coordenadas, tem:

. a abscissa esférica é o **ângulo horário H** é o arco de equador, delimitado pelo semi meridiano celeste do astro, a origem é o SMS e o sentido de contagem é retrógrado (por oeste). Varia de 0^o a 360^o . Devido sua vinculação com problemas horários, usualmente é expresso em hora, assim, variando de 0h a 24 h;

. a ordenada esférica é a **declinação** δ do astro, é definido como o arco do meridiano celeste do astro, contado a partir do equador até o astro. Varia de 0^o (astro no equador) a $\pm 90^o$ .Convencionalmente positiva as declinações no hemisfério norte.

O sistema de coordenadas horárias é dito **misto**, pois a *declinação* **δ** do astro não depende da posição do observador, isto é, para qualquer observador um determinado astro terá a mesma declinação, se observado no mesmo instante físico. No entanto, o *ângulo horário* está depende do meridiano do observador, assim sendo, a abscissa **H** depende da posição do observador.

As coordenadas retilíneas neste sistema são:

$x = \cos\delta \cos H$

$y = \cos\delta \ \text{sen}\ H$

$z = \text{sen}\ \delta$

5.2.3 Sistema de coordenadas equatoriais ou uranográficas

No estudo da Astronomia de Posição, pode-se considerar a Terra imóvel e os astros apresentado, em relação à mesma, um *movimento aparente*. Assim, o Sol no decurso de um ano, descreve uma circunferência máxima na esfera celeste denominada ***eclíptica*** [Figura 12]. O plano da órbita anual do Sol (ecliptica) forma um ângulo com o plano do equador denominado de *obliqüidade da eclíptica*, que mede aproximadamente 23°27'.

A interseção do plano da eclíptica com o plano do equador celeste, tem-se a ***linha dos eqüinócio ou linha eqüinocial***, em cujas extremidades tem-se os ***pontos eqüinociais.*** O ponto eqüinocial que o Sol em seu movimento anual aparente, atinge ao passar do hemisfério sul para o norte recebe o nome de **Ponto**

Vernal (γ) ou **Aires** (neste instante tem início, no hemisfério sul o outono, e primavera no hemisfério oposto). O ponto Ω, que o Sol alcança ao cruzar o equador do norte para o sul, chama-se **Ponto Libra Ω** (neste instante tem início a primavera no hemisfério sul, e outono no hemisfério norte).

.É um sistema é *geocêntrico;*

.plano fundamental *equador*;

- coordenadas : *declinação* ***d***

  ascensão reta ***a***

. orientação: *dextrógiro*

- Eixos:

. X – formado pela interseção do plano do equador com o plano da eclíptica (linha eqüinocial;

. Y – formado pela interseção do meridiano do observador com o plano do equador (torna o sistema destrógiro); e

. Z – coincide com o eixo de rotação da esfera (da Terra).

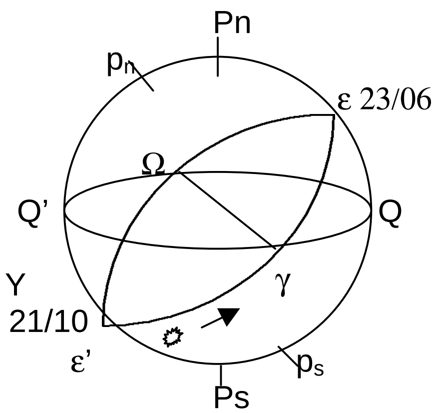


Figura 13 – Ecliptica e linha eqüinocial

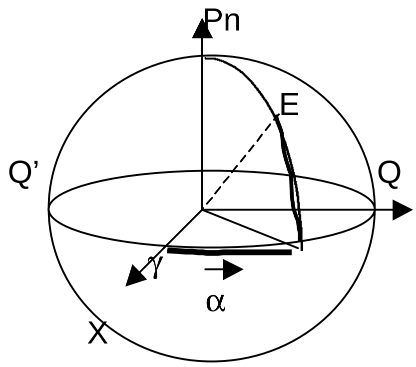


Figura 14 –Sistema de coordenadas uranográficas

Neste sistema de coordenadas tem-se:

- A abscissa é a ***ascensão reta***. Definida como sendo o arco de equador, contado a partir do ponto vernal até o meridiano do astro, no sentido dextrógio (direto – mesmo sentido de rotação da Terra), varia de 0h a 24h; e
- A ordenada é a ***declinação***. Idêntica à ordenada horária.

Este sistema é de caráter **geral**, pois nenhuma coordenada depende da posição do observador, onde a declinação tem como origem o equador celeste, e a ascensão reta tem como origem o ponto vernal.

5.2.4 Sistema de coordenadas eclíticas

. sistema geocêntrico;

. orientação dextrógiro

. plano fundamental é o plano da eclítica;

. coordenadas: β - latitude celeste

λ - longitude celeste

- eixos:

. Z – coincide com o eixo da eclítica, sentido positivo para o pólo norte eclitico;

. X – coincide com linha equinocial, sentido positivo para o ponto vernal (γ); e

. Y – torna o sistema dextrógiro.

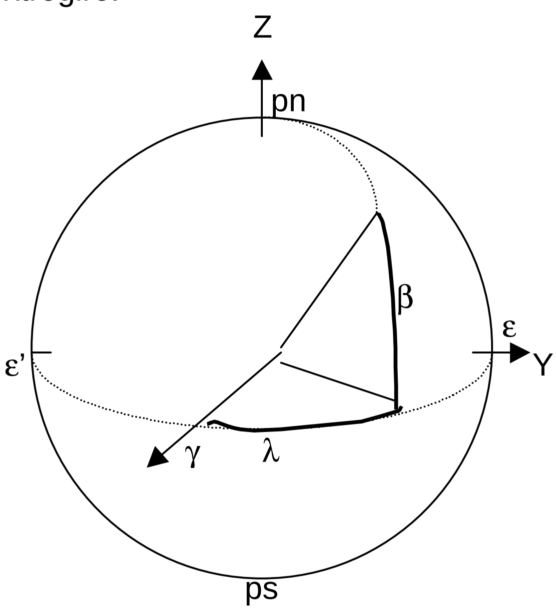


Figura 15 – Sistema de coordenadas elípticas

- *Latitude celeste* β do astro E é o arco do círculo de longitude contado da eclítica até o astro; varia de 0^{o} a $\pm 90^{o}$, convencionalmente positivo às latitudes dos astros situados no hemisfério, determinado pela eclítica, que contém o polo sul celeste;
- *Longitude celeste* l do astro E é o arco de eclítica, contado a partir do ponto vernal, no sentido direto, até o círculo de longitude do astro; varia de 0^{o} a 360^{o}, positivo por leste.

$x = \cos b \, \cos l$

$y = \cos b \, \mathrm{sen} \, l$

$z = \mathrm{sen} \, b$

5.3 QUADRO RESUMO

SISTEMA	HORIZONTAL	HORÁRIO	URANOGRÁFICO	ECLÍTICO
Pl. fundamental	horizonte	equador	equador	eclítica
ABSCISSA	azimute	angulo horário	ascensão reta	longitude
símbolo	A	H	α	λ
origem	ponto sul	SMS	ponto vernal	ponto vernal
sentido	retrógrado (por oeste)	retrógrado (por oeste)	direto	direto
variação	0^o a 360^o 0^o a 180^o	0h a 24h 0h a ± 12h	0^o a 360^o	0^o a 360^o
ORDENADA	altura (dist.zenital)	declinação	declinação	latitude
símbolo	h (z)	δ	δ	β
variação	0^o a $\pm 90^o$ (0^o a 180^o)	0^o a $\pm 90^o$	0^o a $\pm 90^o$	0^o a $\pm 90^o$
	local	misto	não local	não local
EIXOS				
Z	vertical (+)$\rightarrow$Z	eixo de rotação (+)$\rightarrow$Pn	eixo de rotação (+)$\rightarrow$Pn	eixo da eclitica (+)$\rightarrow$Pn
X	meridiana (+)$\rightarrow$ponto sul	linha L-W (+)$\rightarrow$oeste	linha eqüinocial (+)$\rightarrow$ponto vernal	linha qüinocial (+)$\rightarrow$ponto vernal
Y	levógiro	levógiro	dextrógiro	dextrógiro

5.4 Efemérides

Em levantamentos por Astronomia de Campo (determinação da latitude, longitude e azimute), as coordenadas uranográficas dos astros são conhecidas. Estas coordenadas (declinação e ascensão reta) variam no tempo em conseqüência do movimento precessional e de várias outras causas (aberração da luz, paralaxe, movimento próprio). Tais variações são relativamente pequenas, da ordem de dezenas de segundo por ano.

Uma tabela que contenha a posição de astros em função do tempo recebe a denominação de *efemérides*. Assim, as Efemérides Astronômicas 1999 do Observatório Nacional contém as *efemérides* do Sol, da Lua, dos planetas e de cerca de seiscentas estrelas. As coordenadas dos mencionados astros estão tabelados de dez em dez dias.

Em nossa disciplina, as coordenadas para a época da observação podem ser obtidas por interpolação linear. Lembra-se que as coordenadas uranográficas registradas nas efemérides e ditas *aparentes* são calculadas, por convenção internacional, para o momento da passagem do astro pelo Semi Meridiano Superior de Greenwich, ou 0h TU.

6 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

6.1 Triângulo de Posição

Considerando—se a esfera celeste, na qual um astro esteja referido simultaneamente aos sistemas de coordenadas horizontal e horária (figura abaixo).

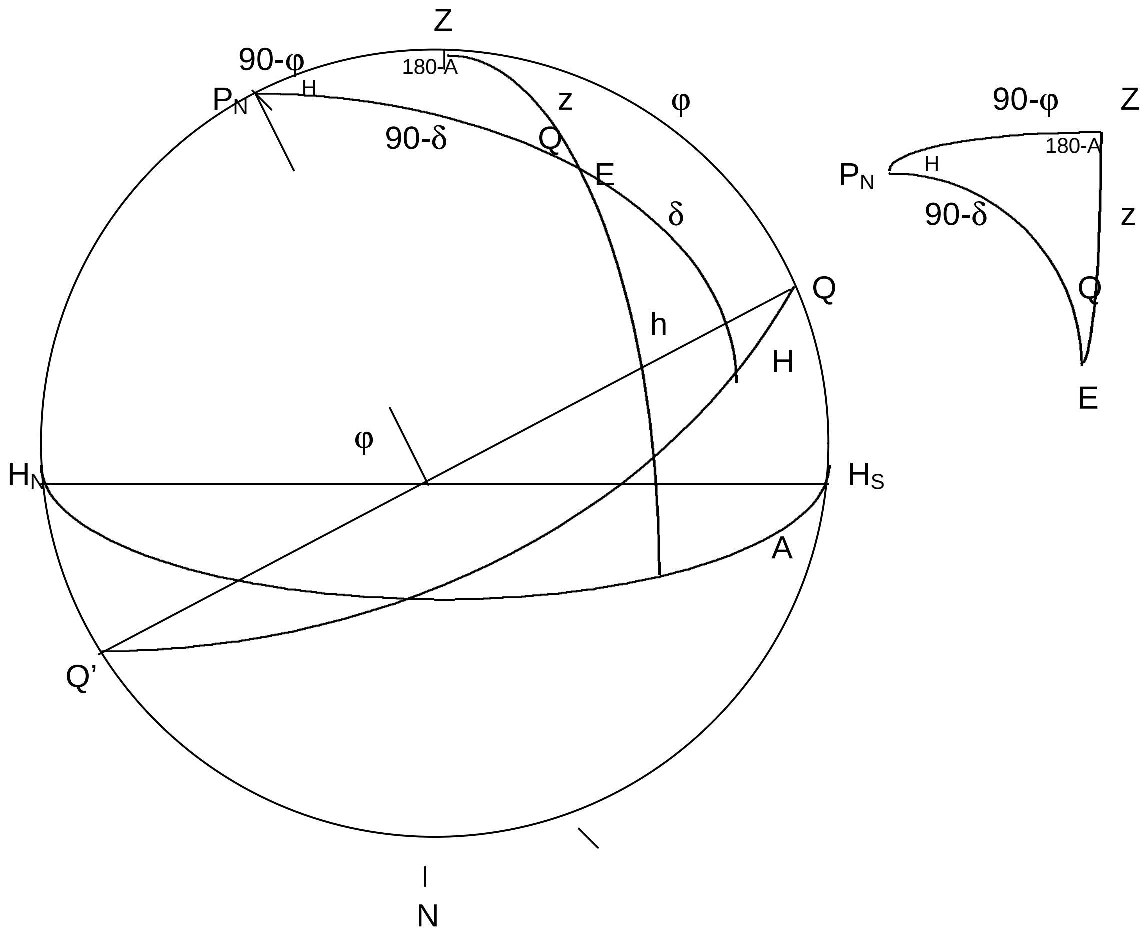


Figura 16 – Formação do Triângulo de Posição

A interseção do meridiano do observador, do vertical e o meridiano do astro se interceptam dois a dois, formando o triângulo esférico $P_N ZE$, cujos vértices são o pólo celeste norte, o zênite e o astro. Este é o triângulo fundamental ao nosso estudo e é denominado de ***triângulo de posição***. Devido ao movimento do astro, decorrente do movimento da esfera celeste, o triângulo de posição está continuamente "deformando-se", degenerando-se em um arco por duas vezes em seu movimento diurno.

Observa-se que o triângulo de posição envolve as grandezas que constituem o objetivo da Astronomia de Posição: a ***latitude*** (lado $P_N Z$) e a ***longitude***, esta indiretamente através do ângulo horário do astro. Normalmente só conhecemos dois elementos, ou seja: o lado $P_N E$ (das efemérides) e o lado ZE (que pode ser medido com o teodolito). Já sabemos que com dois elementos é impossível resolver um triângulo esférico, assim, deve-se utilizar aproximações sucessivas.

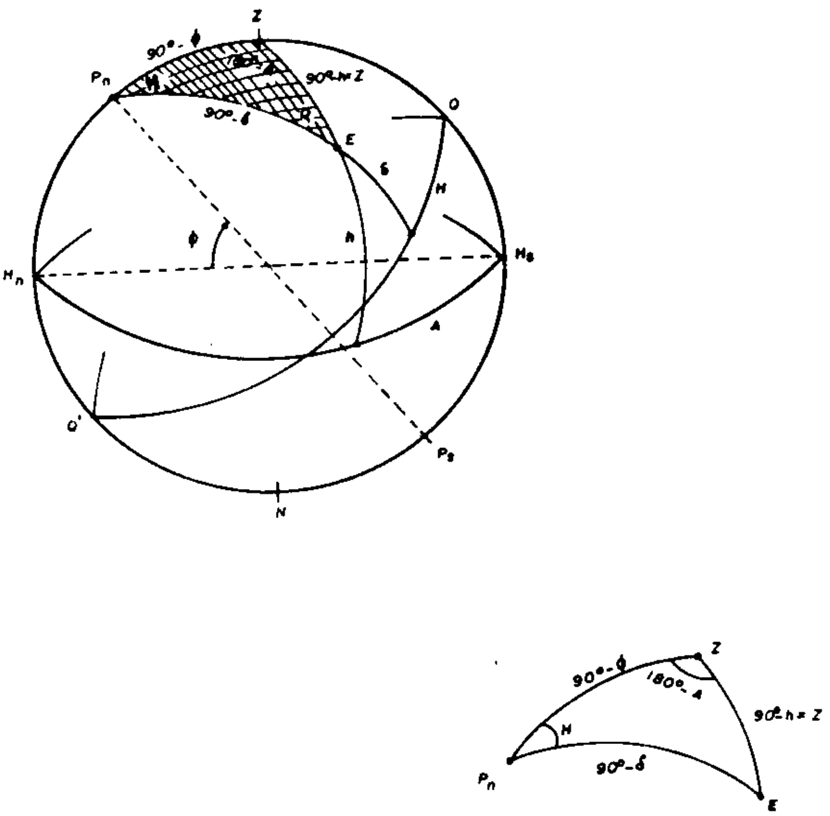


Figura 17 –Triângulo de posição

6.2 Transformação de coordenadas horizontais em horárias e vice-versa

O problema de transformação de coordenadas pode ser solucionado pela trigonometria esférica ou por matrizes ortogonais por rotação de eixos. No desenvolvimento de nossa disciplina será utilizada a trigonometria esférica.

Dado o triângulo de posição, abaixo, com o uso da fórmula dos quatros elementos, relativos a lados, tem-se:

Calculo da **declinação** do astro: $\operatorname{sen} d = \operatorname{sen} j \ \operatorname{senh} - \cos j \ \cosh \cos A$

$$\operatorname{sen} d = \operatorname{sen} j \ \cos z - \cos j \ \operatorname{sen} z \cos A \qquad (6.1)$$

Pela analogia dos senos, calcula-se o **ângulo horário**

$$\operatorname{sen} H = \frac{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} z}{\cos d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.2)$$

ou, lembrado da fórmula dos 5 elementos, (senb cosA = cosa senc – sena cosc cosB)

$$\cos A = \frac{\text{sen}\,\varphi \cos\delta \cos H - \cos\varphi\,\text{sen}\,\delta}{\text{sen}\,z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.3)$$

$$\cos d \cos H = \cos j \cos z + \text{sen}\, j\ \text{sen}\, z \cos A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.4)$$

Dividindo a fórmula (6.2) pela (6.4), tem-se:

$$tgH = \frac{\text{sen}\, A}{\cos j\ \ cotg\ z + \text{sen}\, j\ \cos A}$$

Conhecida as coordenadas horárias, problema inverso, calcular as coordenadas horizontais.

Calculo da distância zenital do astro,

$$\cos z = \text{sen}\, j\ \text{sen}\, d + \cos j\ \cos d \cos H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.5)$$

Calculo do azimute do astro:

$$\text{sen}\, A = \frac{\text{sen}\, H\ \cos d}{\text{sen}\, z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.6)$$

$$tgA = \frac{\text{sen}\, H}{\text{sen}\, j\ \cos H - \cos j\ tgd} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.7)$$

6.3 Transformação de coordenadas horárias em uranográficas e vice-versa

Noção de tempo sideral: O *dia sideral* é a unidade básica do tempo sideral correspondente ao intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do ponto vernal (γ) pelo mesmo semi meridiano. O início do dia sideral se dá quando o ponto vernal atinge o semi meridiano superior do observador.

Dia sideral é definido como o intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do ponto vernal pelo mesmo semi-meridiano. O dia sideral tem início, em um determinado local, no instante em que o ponto vernal atinge o

SMS; daí por diante, a todo instante, o ângulo horário do ponto vernal mede a hora sideral (S) local.

$S = H_{\gamma}$

Na figura 18, o astro E esta referido simultaneamente nos sistemas de coordenadas horárias e no uranográfico. Observa-se que ambos os sistemas admitem a mesma ordenada esférica (δ), então o problema de transformação se resume em relacionar as duas abcissas (angulo horário e ascensão reta).

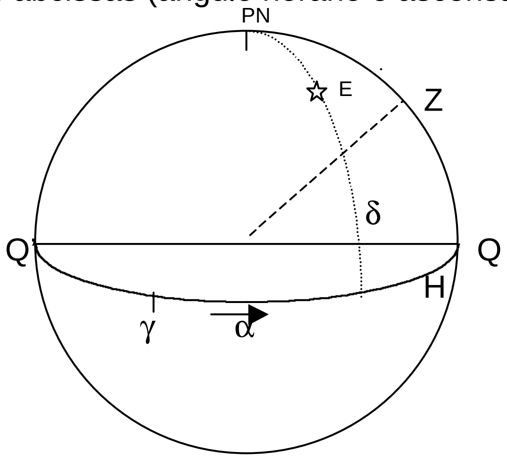


Figura 18 – Sistema de coordenadas Horárias + Uranográfico

$S = H + \alpha$ . . . . (6.7)

Esta é conhecida como *fórmula fundamental da Astronomia de Posição*, relaciona a ascensão reta de um astro com o seu ângulo horário em função da hora sideral.

6.4 Transformação de coordenadas equatoriais em eclíticas e vice-versa

Considerando-se um astro E referenciado simultaneamente aos sistemas eclíticos e equatoriais. A figura abaixo, nos mostra seus elementos:

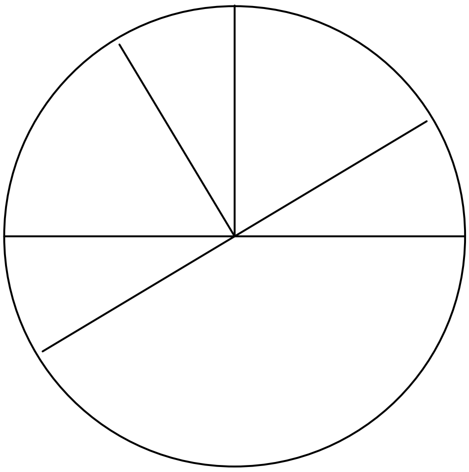


Figura 19 – Sistema de coordenadas Equatoriais + Eclípticas

Da figura, temos:

- O lado p_nP_n mede o ângulo formado pelos eixos do mundo e da eclítica, corresponde à obliqüidade da eclítica *w;*
- O lado P_nE representa a distância polar do astro; e
- O lado p_nE a colatitude celeste do astro.

Para transformar coordenadas uranográficas em eclíticas, conhecido o valor da obliqüidade, o problema é análogo ao do tópico anterior (da trigonometria esférica aplica-se a fórmula dos quatro elementos relativo a lado),

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} d \cos w - \cos d \operatorname{sen} w \operatorname{sen} a \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.8)$$

$$\cos l = \frac{\cos a \cos d}{\cos b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.9)$$

$$\cos b \operatorname{sen} l = \operatorname{sen} w \operatorname{sen} d + \cos w \cos d \operatorname{sen} a \quad . \quad . \quad . \qquad (6.10)$$

$$tg\, l = \frac{\operatorname{sen} w\, tg d + \cos w \operatorname{sen} a}{\cos a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.11)$$

6.5 EXERCÍCIOS

1 – Calcular as coordenadas horárias da estrela α Cru (462) em Presidente Prudente (latitude de 22^o 07'S e longitude de 3h 25minW), no dia 24 de março de 1999 às 21 horas siderais, sabendo-se que as coordenadas uranográficas da estrela é de:

α = 12h 26min 36,149s

δ = 63^o 05' 37,23"S

2 – Calcular as coordenadas horizontais da estrela α Cru (462), em Presidente Prudente às 21 horas siderais.

3 – Um observador em Presidente Prudente deseja-se observar o planeta Saturno às 21 horas siderais do dia 24/março/1999, pede-se que calcule as coordenadas horárias e horizontais do planeta, sabendo-se que as coordenadas uranográficas de Saturno são:

α = 2h 02min 54,63s

δ = 10^o 06' 47,7"N

4 - Um observador em Presidente Prudente deseja-se observar o planeta Júpter às 21 horas siderais do dia 24/março/1999, pede-se que calcule as coordenadas horárias e horizontais do planeta, sabendo-se que as coordenadas uranográficas de Júpter são:

α = 0h 32min 24,41s

δ = 2^o 18' 42,8"N

5 – Um observador, em Presidente Prudente, deseja observar a estrela γ Cru (468) no dia 31 de março de 1999 às 4 horas siderais. Pede-se que calcule os elementos de calagem da estrela.

06 –Calcule os elementos de calagem de 05 estrelas para o dia 31/março/1999. Pretende-se observar estas estrelas em Presidente Prudente, no período das 20 horas siderais às 23 horas.

7 ESTUDO GEOMÉTRICO DO MOVIMENTO DIÚRNO

Observando-se a esfera celeste, percebe-se que seu movimento ela é acompanhada por todos os astros, de leste para oeste. Este movimento é chamado de *movimento diúrno.* Há duas hipóteses para explicar este fenômeno:

- Imobilidade da Terra, enquanto a esfera celeste, arrastando os demais corpos celeste, gira em torno do seu eixo, de leste para oeste, no período de 24 horas siderais; e
- imobilidade da esfera celeste, confere o movimento de rotação à Terra, no mesmo intervalo de 24 horas siderais, porém de oeste para leste.

As duas hipóteses, encaradas por um prisma cinemático, são equivalentes, assim, ora utilizaremos uma ora outra, isto de acordo com a conveniência didática do momento.

7.1 Movimento aparente dos astros fixos

Lei do movimento diurnos dos astros fixos. Os astros fixos, supostos engastados na esfera celeste, giram com ela em torno do eixo do mundo, em 24 horas siderais, de leste para oeste, com movimento circular, paralelo, uniforme e isócrono. Entende-se por:

. *circular* e *paralelo*: as estrelas no movimento diurno descrevem órbitas circulares e paralelas ao equador;

. *movimento isócrono*: todas as estrelas, estejam próximas ao equador ou aos polos, descrevem seus respectivos paralelos em vinte e quatro horas siderais;

. *movimento uniforme*: a velocidade angular das estrelas no movimento diurno é constante e igual a 15^o por hora sideral.

7.2 Aspecto do Céu, segundo a latitude

Observador no equador ($j = 0^o$) – esfera reta.

Observando-se a figura 20, pode-se acompanhar o movimento diurno de um astro.

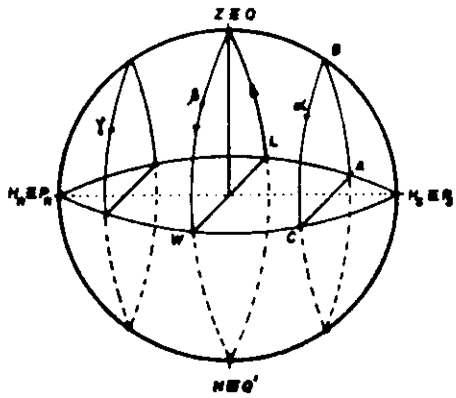


Figura 20 – Esfera reta

O astro, por exemplo, que percorre o equador celeste: ele nasce a leste (L) culmina no ponto Z e percorrendo seu paralelo atinge o horizonte a oeste (W). O intervalo de tempo para percorrer este espaço é chamado de dia do astro. Assim, o dia do astro inicia-se quando ele nasce a leste no ponto **A**; seguindo seu paralelo, culmina em **B** e oculta em **C**, é quando termina o seu dia. Desta forma, o dia do astro para um observador é o tempo que ele permanece acima do horizonte deste observador (o tempo abaixo do horizonte é a noite do astro).

Para um observador no equador, todos os astros são visíveis, em virtude do horizonte ser perpendicular à trajetória do astro, o tempo que ele permanece acima do horizonte (visível) é igual ao tempo que permanece abaixo do mesmo (invisível), assim, a duração do dia é igual a duração da noite (dia = noite)

Observador nos pólos (j = 90^o) – esfera paralela

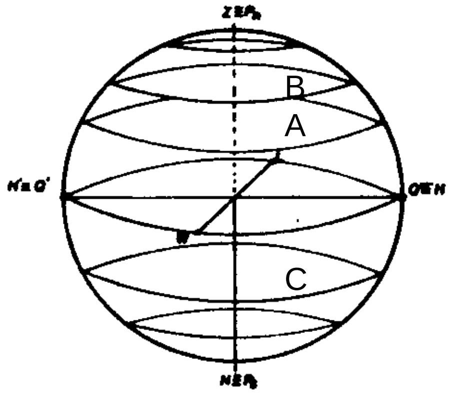


Figura 21 – esfera paralela

Este observador só vê os astros de seu hemisfério, ou seja, só vê os astros cuja declinação tenha o mesmo sinal da latitude. Para este observador, os astro **A** e **B** permanecem sempre acima do horizonte, não apresentando os fenômenos de nascer e ocultar. O astro **C** permanece sempre abaixo do horizonte, portando invisível ao observador.

Observador entre o equador e os pólos – esfera oblíqua

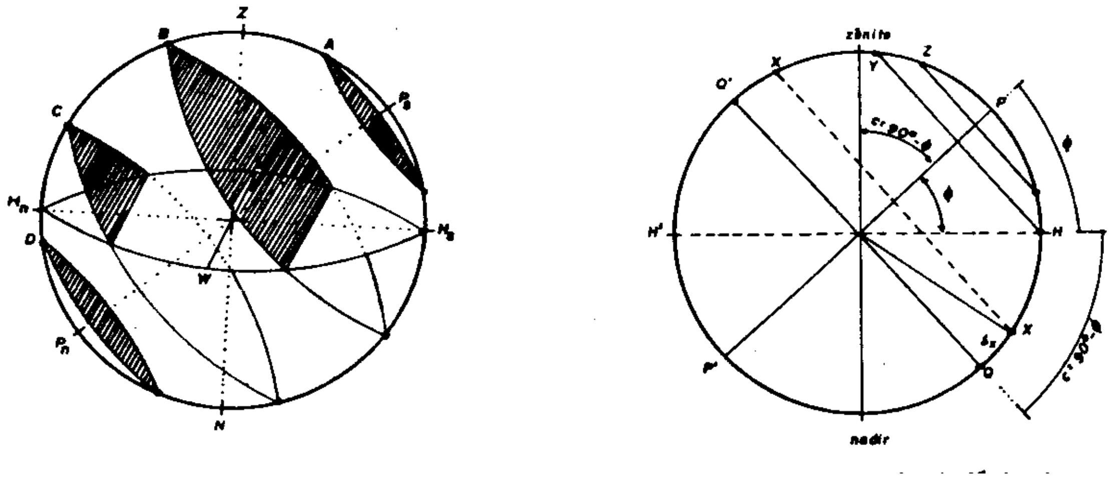


Figura 22 – esfera oblíqua

Observe agora que os arcos diurnos e noturnos dos astros são diferentes, dependendo de sua declinação:

ASTRO **A** – sempre visível para este observador (circumpolar, eternamente visível);

ASTRO **B** – o astro permanece mais tempo acima do horizonte que oculto (a duração do dia do astro é maior que duração da noite);
ASTRO **C** – é contrário do anterior, pois permanece mais tempo oculto;
ASTRO **D** – o astro é eternamente invisível para o observador nesta posição.

Pode-se notar que com o aumento da latitude (elevação do pólo acima do horizonte) os astros passam a nascer e ocultar-se em horas siderais diferentes, bem como a culminação (passagem pelo semi meridiano superior do observador) ocorre em alturas diferentes, porém à mesma hora sideral. Dependendo da declinação do astro, ele pode não apresentar os fenômenos de ocultação (eternamente visível) e nascimento (eternamente invisível).

Viu-se que um astro pode apresentar os fenômenos de nascer e ocultar, ou ser um astro circumpolar, eternamente visível ou ainda eternamente invisível.

7.3 Movimento aparente do Sol

Se observarmos as estrela e os planetas no decurso de várias noites, ver-se-á que as estrelas conservam sempre as mesmas posições relativas, o que permite reuni-las em grupos chamados *constelações*. No decurso de uma noite, observa-se um movimento aparente das estrelas sendo arrastadas pela esfera celeste.

O mesmo não acontece com o Sol e os demais planetas do sistema solar. Se acompanharmos o movimento do Sol no decurso de vários dias, ver-se-á que nem sempre ele sobe ou culmina à mesma altura; sobe mais no verão e menos no inverno.

No estudo da Astronomia de Posição, considera-se o Sol com dois movimentos aparentes e distintos:

- o movimento com a esfera celeste (decorrente da velocidade de rotação terrestre);
- o movimento próprio, contrário ao sentido do movimento da esfera, isto é, ele sofre um atraso em relação às estrelas (movimento decorrente da translação terrestre).

Para melhor compreensão destes dois movimentos, pode-se fazer uma analogia com um trem de passageiros:

O movimento com a esfera celeste é similar ao movimento do trem levando o passageiro estático, e o movimento próprio seria o passageiro deslocando-se dentro do trem, porém em sentido contrário ao trem.

Veja a seguir como se processa o movimento aparente do Sol na esfera celeste:

No dia 23 de março (eqüinócio de primavera para o observador no hemisfério norte) o Sol nasce a leste e oculta-se a oeste (figura 23), isto é, o plano de sua trajetória intercepta o horizonte segundo a linha leste-oeste e sua declinação é 00^{o} 00’. No dia seguinte, sua trajetória será diferente da anterior, o Sol penetrará no hemisfério norte, nascendo no ponto **a** e se ocultado no ponto **a’**, não mais na linha leste-oeste. Nos dias subseqüentes, seguirá uma trajetória diferente da anterior, até que no dia 21 de junho nascerá no ponto **b** e se ocultará em **b’**, atingindo seu máximo afastamento (declinação de 23^{o} 27’ N). A partir deste ponto, o Sol não mais se deslocará em relação ao norte, ele seguirá agora o caminho inverso. Desta forma, tem-se a impressão que o Sol está parado. Daí surgiu o nome *solstício* (*solstitium* no latim significa “parada do Sol”). Nesta época, o verão inicia-se no hemisfério norte (solstício de verão para o hemisfério norte).

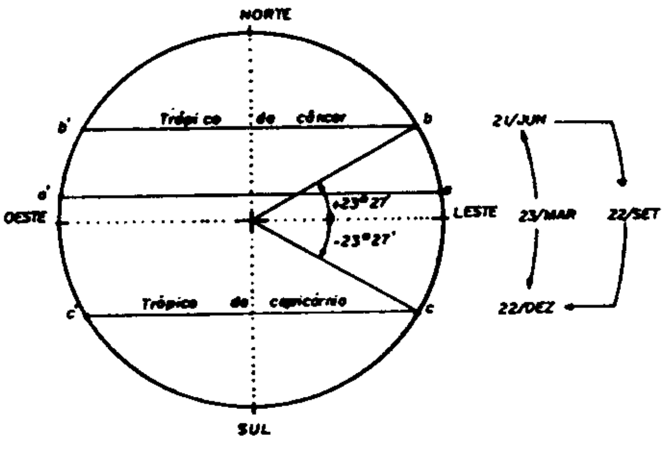


Figura 23 – Movimento aparente do Sol

No dia 23 de setembro, o Sol seguindo seu caminho em direção ao hemisfério sul, o Sol nascerá novamente no ponto leste e se ocultará a oeste: é o equinócio de primavera para o hemisfério sul, (equinócio vem do latim *equinotium*, que significa “noites iguais”). No dia 22 de dezembro ele nascerá em **e** esse ocultará em **e’**, atingindo sua máxima declinação sul ($-23^{o}27$’). É o início do verão para o hemisfério sul.

Trajetória aparente do Sol em diferentes latitudes

- duração do dia e da noite

Suponha um observador no equador ($\varphi = 0^o$) – esfera reta

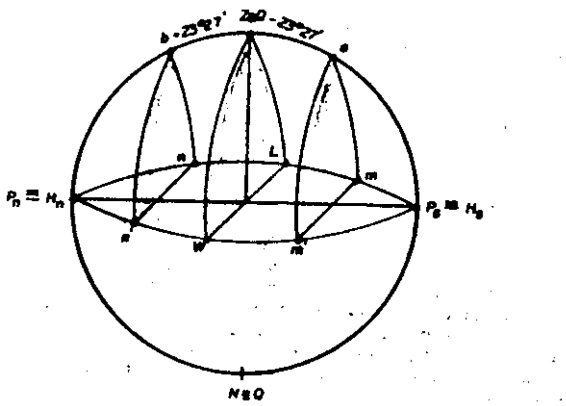


Figura 24 – Movimento aparente do Sol na esfera reta

Analisando-se a figura 24, conclui-se:

- para um observador de latitude nula, os arcos diurnos do Sol serão iguais aos arcos noturnos em qualquer época do ano, ou seja, a duração astronômica do dia é igual a da noite;
- na latitude 0^o, o Sol culmina no zênite, duas vezes ao ano. Isto ocorre quando sua declinação é nula, ou seja, nos equinócios (23/março e 22/setembro).

Suponha um observador no polo ($\varphi = 90^o$) – esfera paralela

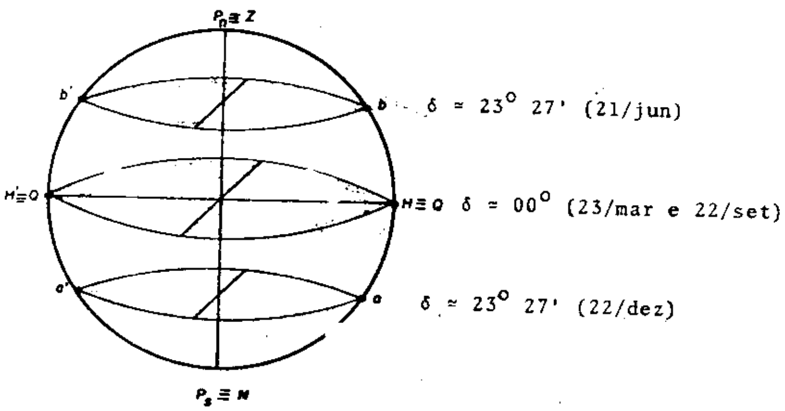


Figura 25 – movimento aparente do Sol na esfera paralela

Para o hemisfério norte, a partir do dia 23 de março (início da primavera no hemisfério), até o dia 22 de setembro (final do verão), vê-se o Sol constantemente acima do horizonte, descrevendo almicantarados, ou seja, tem-se um dia com a duração de seis meses (figura 25), ao passo que o observador no hemisfério oposto neste mesmo período jamais vê o Sol, isto é, tem uma noite com a duração de seis meses. Em 22 de setembro termina o “dia” do hemisfério norte, pois o Sol agora passa ao hemisfério oposto, proporcionando agora seis meses de luminosidade ao hemisfério sul, de 22 de setembro (início da primavera para o hemisfério sul), 23 de março (fim do verão).

Devido ao fenômeno do *crepúsculo* (claridade difusa que precede ao nascer e sucede o ocultar do Sol), a ausência de um em ambos os hemisférios restringe-se a um período de cerca de quatro meses, o que atenua a crueza da noite polar.

Esfera oblíqua

.Observador na zona tropical (latitude entre 23°27’S e 23°27’N)

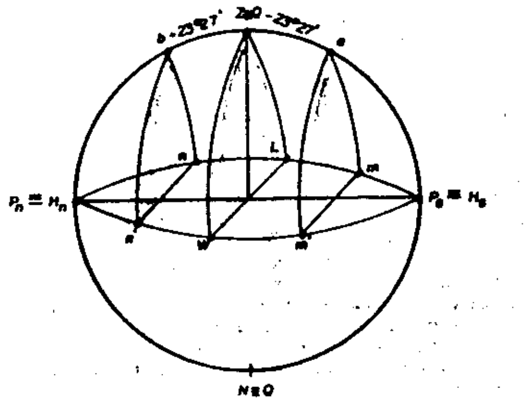


Figura 26 – movimento aparente do Sol na zona tropical

No dia 21 de junho (ou próximo a este dia), o observador na latitude de Presidente Prudente vê o Sol nascer em **n** e culminar em **b** e se ocultar em **n’**. Nos dias subseqüentes , o Sol nascerá mais a leste, culminando à distâncias zenitais menores (maior altura) que nos dias anteriores; nos dias posteriores à 21/junho a duração dos dias serão sucessivamente maiores.

Nos equinócios, o dia tem a mesma duração da noite, o Sol nasce em **L**, culmina em **Q’** e oculta em **W**.

Observadores na zona tropical “vê” o Sol culminar no zênite duas vezes no ano, este fenômeno ocorre quando a declinação do Sol tem o mesmo valor que a latitude do observador (também estar no mesmo hemisfério do observador). Em Presidente Prudente (latitude de –22°07’), a culminação no zênite ocorrerá (para o ano de 1999) nos dias 09 de janeiro e 03 de dezembro)

.Observador na zona temperada (latitudes entre 23°27’ e 66°33’ S ou N)

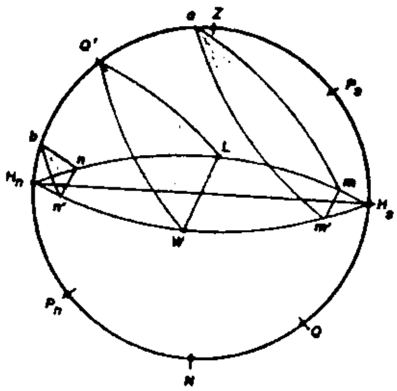


Figura 27 – Movimento aparente do Sol na zona temperada

Analisando-se a figura27, observa-se que o Sol, para os moradores das zonas temperadas, em nenhuma época do ano atinge o zênite (durante todo o ano Ter-se-á sobras projetadas). Ainda analisando a figura acima, há várias possibilidades, obviamente dependendo da posição do observador. Adianta-se que para os moradores da latitude 66°33’ (N ou S) – observador no círculo polar -, o Sol permanece 24 horas acima do horizonte no dia do Solstício de verão. Nos locais de latitude maior que 66°33’, pode-se observar o “Sol da meia-noite”.

8 ESTUDO ANALÍTICO DO MOVIMENTO DIURNO

Estudamos, na aula anterior, que em conseqüência do movimento diurno os corpos celestes giram com a esfera celeste de leste para oeste; alguns astros apresentam nascer e ocultar, outros são circumpolares (visíveis ou invisíveis). Utilizando-se do triângulo de posição, é possível obter as coordenadas de um astro num determinado instante. O estudo do movimento diurno dos astros permitirá o cálculo da hora sideral e das coordenadas horizontais do astro em uma determinada posição de interesse.

Os estudo do movimento diurno dos astros (estudo dos fenômenos periódicos) possibilitam calcular os chamados *elementos de calagem* do instrumento, que é a orientação do aparelho para observação dos fenômenos.

8.1 Posição de um astro num dado instante

Considerando o triângulo de posição, abaixo, e um observador na latitude φ, deseja-se observar o astro E, de coordenadas α e δ, às S horas siderais. O problema consiste em determinar os *elementos de calagem* do astro. Aplicando-se a fórmula dos quatros elementos relativos a lados, tem-se:

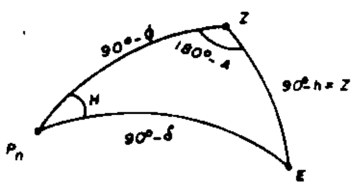


Figura 28 – Triângulo de posição

$$\cos z = \cos(90 - j)\cos(90 - d) + \text{sen}(90 - j)\,\text{sen}(90 - d)\cos H \quad . \quad . \qquad (8.1)$$

ou

$$\text{tgH} = \frac{\text{A}}{\cos \quad \text{gz} + \text{sen}\ \varphi \quad \text{A}}$$

$$\text{tgA} \quad \frac{\text{H}}{\text{sen}\ \varphi \quad \text{H} - \cos \quad \delta}$$

$$\cos z = \text{sen}\, j \quad d + \cos j\ \cos d \quad H$$

. . . (8.2)

$$\cos H \quad \frac{\cos z - \quad j\ \text{sen}\, d}{\cos j\ \cos d}$$

$$S = H + a \qquad \text{ou} \qquad H = S - a$$

Novamente, aplicando-se a fórmula dos quatro elementos, tem-se

$$\cos\ (90 - d) = \cos(90 - j)\cos\ z + \text{sen}(90 - j)\,\text{sen}\ z\ \cos(180 - A) \qquad (8.3)$$

ou

$$\text{sen}\,d = \text{sen}\,j\ \cos z - \cos j\ \text{sen}\,z \cos A \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.4)$$

8.2 Astro na passagem meridiana superior (H = 0 h)

Diz-se que um astro está em sua passagem meridiana quando ele cruza o meridiano do lugar, neste instante seu angulo horário é nulo (H=0h), resultando para a distância zenital:

Lembrando que cosH=1, tem-se

$$\cos z = \text{sen}\,j\ \text{sen}\,d + \cos j\ \cos d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.5)$$

ou

$$\cos z = \cos(j - d) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.6)$$

assim, tem-se

$$z = \pm\,(j - d) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.7)$$

Dos dois sinais relativos à dupla raiz trigonométrica, escolhe-se aquele que torna ou conserva positiva a quantidade entre parêntese, isto devido a que z >0^o. O sinal de (φ-δ) convém somente à interpretação do fenômeno:

- se (φ-δ) for positivo, a passagem meridiana dá-se ao sul do zênite; e
- se (φ-δ) for **n**egativo, a passagem meridiana dá-se ao **n**orte do zênite.

A expressão acima nos mostra que os habitantes em regiões de latitude maior que a obliqüidade da eclitica ($\varphi > 23^o27'$), o Sol nunca atinge o zênite. O Sol somente cruza o meridano no zênite para observadores da zona tórrida (situados entre os trópicos de Câncer e Capricórnio), e o faz duas vezes ao ano.

8.3 Passagem meridiana inferior

Na passagem meridiana inferior tem-se que H = 180^o, na expressão (8.5), nos conduz a:

$$\cos z = -\cos(\varphi + \delta) \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.8)$$

$$z = 180^o \pm (\varphi + \delta) \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.9)$$

8.4 Culminação

Diz-se que o astro culmina quando atinge sua distância zenital mínima (ou altura máxima). Derivando a expressão (8.2), considerando fixa apenas a latitude do observador:

$$\cos z = \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.2)$$

$$-\operatorname{sen} z \; dz = \operatorname{sen}\varphi \cos\delta \; d\delta - \cos\varphi \cos\delta \operatorname{sen} H \; dH - \cos\varphi \operatorname{sen}\delta \cos H \; d\delta \qquad . \qquad (8.10)$$

$$-\operatorname{sen} z \; dz = (\operatorname{sen}\varphi\cos\delta - \cos\varphi\operatorname{sen}\delta\cos H)d\delta - \cos\varphi\operatorname{sen}\delta\operatorname{sen}H \; dH \quad . \quad . \qquad (8.11)$$

para astros fixos, admite-se que a declinação do astro seja fixa no movimento diurno (a expressão (8.11) se simplifica e nos proporciona para a derivada temporal da distância zenital:

$$\frac{dz}{dH} = \frac{\cos\varphi \cos\delta \operatorname{sen} H}{\operatorname{sen} z} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.12)$$

A expressão acima, igualada a zero nos dá o valor crítico da variável

H = 0

para a qual a função passa por um mínimo (altura máxima). A culminação de um astro fixo se processa no SMS *para astros errantes*, derivando a expressão (8.2), onde considera-se fixo apenas a latitude, ou seja tem-se como variáveis a Z, H e δ

$$\frac{dz}{dH} = -\left(\frac{\operatorname{sen}\varphi \cos\delta - \cos\varphi \operatorname{sen}\delta \cos H}{\operatorname{sen} z}\right)\frac{d\delta}{dH} + \frac{\cos\varphi \cos\delta \operatorname{sen} H}{\operatorname{sen} z} \quad . \quad . \quad (8.13)$$

Igualando, a expressão acima, a zero tem-se

$$\operatorname{sen} H = \frac{\operatorname{sen}\varphi \cos\delta - \cos\varphi \operatorname{sen}\delta \cos H}{\cos\varphi \cos\delta} \frac{d\delta}{dH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8.14)$$

$$\operatorname{sen} H = (tg\varphi - tg\delta \cos H)\frac{d\delta}{dH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8.15)$$

sendo o ângulo H muito pequeno, podemos:

$$H'' = \frac{tg\varphi - tg\delta}{\operatorname{sen} 1''} \frac{d\delta}{dH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8.16)$$

expressando o ângulo horário em segundos de tempo:

$$H^{S} = \frac{tg\varphi - tg\delta}{15 \operatorname{sen} 1''} \frac{d\delta}{dH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8.17)$$

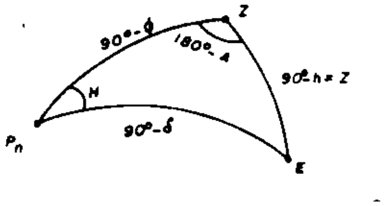
As efemérides dos astros do sistema solar consignam a declinação e a respectiva variação (Δδ), esta em "/hora (segundos de arco por hora), pode-se exprimir o Δδ em segundos de tempo por segundo dividindo-a sucessivamente por 15 e por 3600, assim, tem-se:

$$H^{S} = 0{,}254655\,(tg\varphi - tg\delta)\Delta\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8.18)$$

8.5 Passagem pelo horizonte (h = 0^o ou z = 90^o)

Um astro está nascendo ou ocultando quando o mesmo cruza o horizonte do observador, respectivamente a leste e oeste. Neste momento, o triângulo de posição é retilátero. Observando-se a equação 02, com z = 90^o, implica dizer que cos z = 0, assim, tem-se:

cálculo do ângulo horário do nascer/ocultar do astro



$\cos z = \operatorname{sen} j \ \operatorname{sen} d + \cos j \ \cos d \ \cos H$, mas z = 0^o - - - -> cosz=0 . . (8.2)

$\cos j \ \cos d \ \cos H = -\operatorname{sen} j \quad \operatorname{sen} d$ (8.19)

$\cos H = -\dfrac{\operatorname{sen} j \quad \operatorname{sen} d}{\cos j \ \cos d}$ . . . . (8.20)

ou

$\cos H = -tg j \ \ tgd$ (8.21)

Cálculo do azimute no nascer/ocultar do astro

Na equação abaixo, tem-se

$\operatorname{sen} d = \operatorname{sen} j \ \cos z - \cos j \ \operatorname{sen} z \cos A$ . . . . . (8.22)

observando que na passagem pelo horizonte o astro possui z = 90^o, tem-se:

$\cos A = -\dfrac{\operatorname{sen} d}{\cos j}$ . . . . (8.23)

Verifica-se que calcula o ângulo horário (8.20), somente é possível se:

$$|tgd| < tg\ |90^o - j|$$

$$ou$$

$$|d| < 90^o - |j|$$

Ao analisar as expressões acima, verifica-se que apenas os astros de declinação menor que a co-latitude local possuem nascer e ocultar. Caso contrário o astro será circumpolar, eternamente invisível se pertencer ao hemisfério oposto ao do observador.

Verificada a condição acima, as equações (8.19) e (8.23) possuem duas raízes, ou seja são possíveis os ângulos $\pm$H e $\pm$A. O sinal positivo é atribuído (conforme definição de ângulo horário e azimute) aos astros a oeste do meridiano local (ocultar), e sinal negativo aos astros a leste do meridiano local (nascer).

A hora sideral (S) do nascer ou ocultar do astro, através da fórmula fundamental da Astronomia de Posição (já vista) $S = a \pm H$; onde será utilizado o sinal positivo para o cálculo da hora sideral do ocultar do astro, o sinal negativo para o cálculo do nascer do astro.

8.6 Passagem pelo 1º vertical (A = $\pm$90^o)

Entende-se por primeiro vertical como sendo o plano vertical que forma um ângulo de 90^o com o meridiano do observador, portanto, intercepta o horizonte segundo a linha leste – oeste.

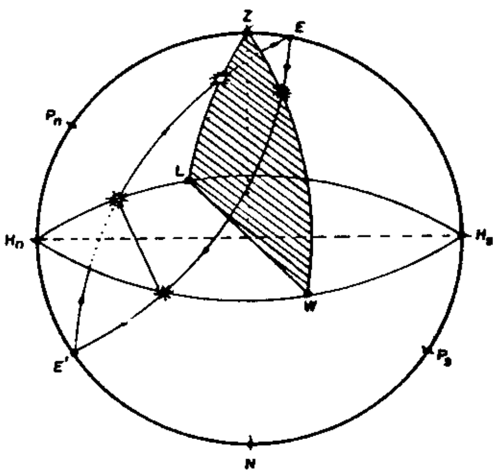


Figura 30 – Astro na passagem pelo primeiro vertical

$A_W = 90^o$; $A_L = -90^o$ ou 270^o , nestas condições, o triângulo de posição será retângulo no zênite.

cálculo da distância zenital do astro na passagem pelo primeiro vertical

Aplicando-se a regra de Mouduit, tem-se:

$$\cos z = \frac{\operatorname{sen} d}{\operatorname{sen} j} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.24)$$

observa-se que a equação acima, somente se verifica se $\cos z < 1$ e isto só é possível se $|d| < |j|$. Quando φ e δ tem o mesmo sinal (observador e astro pertencem ao mesmo hemisfério) a passagem pelo primeiro vertical se dará acima do horizonte (será visível).

cálculo do ângulo horário do astro na passagem pelo primeiro vertical

Resolvendo-se o triângulo de posição, retângulo no zênite; com relação ao ângulo no pólo, aplicando-se a regra mnemônica de Mouduit, tomando-se como elemento médio **H**, tem-se:

$$\cos H = \frac{tg d}{tg j} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.25)$$

a equação acima admite raiz dupla (± H), convindo o sinal *negativo* para a passagem a *leste* e o positivo para a passagem a *oeste*. Assim, a hora sideral para a estrela em sua passagem a:

leste: $S = -H + \alpha$

oeste $S = H + \alpha$

8.7 Passagem pelo círculo das seis horas (H = ±6h)

O círculo das seis horas para um determinado observador é o meridiano celeste cujo plano intercepta perpendicularmente o meridiano local. Pode-se também dizer: é o círculo máximo perpendicular ao horizonte e ao equador, ou também: meridiano celeste que contém os pontos leste e oeste.

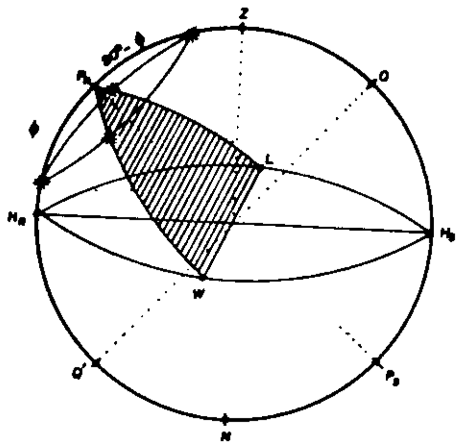


Figura 31 – Astro na passagem pelo círculo das seis horas

Analisando-se a figura acima, pode-se concluir que, no momento da passagem pelo círculo das 6 horas, o ângulo horário (H) do astro torna-se igual a 90^o=6 h (na passagem por oeste) ou -90^o=-6 h (na passagem por leste). Assim, o triângulo de posição fica retângulo no pólo H = 90^o.

cálculo da distância zenital do astro no círculo das 6 horas

Novamente, utilizando-se da regra de Mouduit, tem-se:

$$\cos z = \operatorname{sen} \varphi \ \operatorname{sen} \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.26)$$

A equação acima é satisfeita para qualquer valor da latitude e da declinação. Assim, todos os astros passam pelo círculo das 6 horas.

cálculo do azimute do astro no círculo das 6 horas

Aplicando-se a regra de Mouduit, tem-se:

$$tgA = -\frac{1}{\cos \varphi \ tg\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.27)$$

negativo corresponde ao azimute da passagem a e o é relativo a passagem a *oeste*

Astro na elongação (Q = 90^o

Os astros, em seu movimento diurno, estão constantemente variando de *elongando* quando seu azimute passa por um *quando a velocidade azimutal (derivada do azimute em relação ao tempo) é nula*

O astro com $|d|$ $|\ |$ gira em torno da vertical do lugar, no sentido SWNL,

contado do ponto Sul (H_S
cresce sem cessar de 0^o meridiana superior) até 360^o
seguinte), conforme pode ser visto na Figura 32.

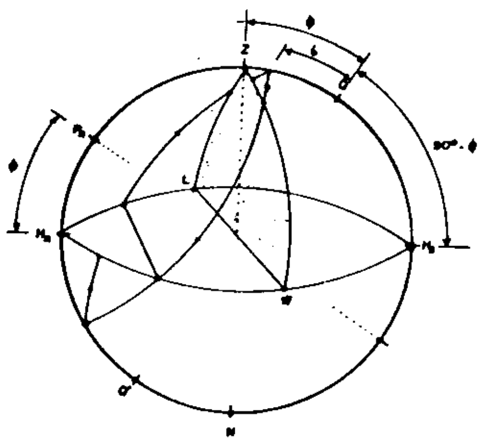


Figura 32 – Variação do azimute do astro

Observando-se a figura 33 (elongação), onde o observador e o astro estão no hemisfério sul, com $|d| > |j|$. Verifica-se que a vertical do astro não descreve mais uma circunferência em torno da vertical do observador, mas ele desloca-se ora num sentido, ora noutro. Assim, o azimute do astro ora cresce (de 0^o a A_Z no lado leste), ora decresce, admitindo um valor *máximo* e um valor *mínimo*.

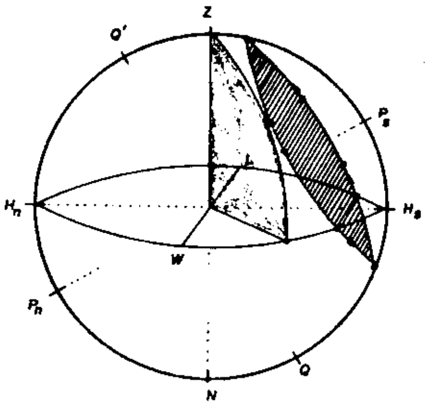


Figura 33 – Astro elongando

Quando o azimute do astro está passando por um máximo ou por um mínimo, diz-se que o astro está *elongando*. Relembrando que na elongação, a velocidade azimutal – derivada do azimute em relação ao tempo – é nula (dA/dH = 0).

A expressão que fornece a velocidade zenital é:

$$\frac{dA}{dH} = \frac{\cos d \cos Q}{\text{sen } z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.28)$$

onde, Q representa o ângulo paralático.

Na elongação, tem-se que $\frac{dA}{dH} = 0$, então:

$\frac{\cos d \cos Q}{z} = 0$ $\quad z \quad d$ diferentes de zero, tem-se cos Q = 0 ou Q = 90 . Logo, no momento da elongação, o ângulo paralático é 90 , isto é, o *triângulo de posição é retângulo no astro*

Novamente, aplicando-se a regra de Mouduit, tem-se:

zenital

$$\cos \quad = \frac{\text{sen}}{\text{sen}\, d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.29)$$

$$\cos \quad \frac{tg\, j}{tg\, d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.30)$$

azimute

$$\cos A = -tg\, j \;\; tg\, z \qquad (8.31)$$

$$\text{sen}\, A = \frac{\cos d}{\cos j} \qquad (8.32)$$

hora sideral

$$S_L = -H + a$$

$$S_W = +H + a$$

A dupla solução das equações anteriores, como nos outros casos já vistos, correspondem à elongação a leste (sinal negativo) e a oeste (sinal positivo).

A partir da equação 28, deduz-se que somente ocorrerá elongação se $|d| > |j|$, e para que o fenômeno seja visível, o observador e o astro devem pertencer ao mesmo hemisfério. Observando o astro na elongação com o teodolito, vê-se a estrela “percorrer” o fio vertical do retículo do instrumento.

Viu-se anteriormente, a condição necessária para um astro passar pelo primeiro vertical: $|d| < |j|$, assim, pode-se concluir que os *astros que passam pelo primeiro vertical não elongam*.

8.9 Exercícios

1 – Calcular o Azimute, a distância zenital e a hora sideral da estrela 652 na:

a – Nascer;

b – Ocultar;

c – Passagem meridiana;

d – Círculo das 6 horas, a leste e a oeste;

e – Primeiro vertical a leste e a oeste;

f – Elongação a leste e a oeste;

g – Almicantarado $z = 30^o$; e

h – Às 14 horas siderais.

2 – Ídem para a estrela 622.

3 – Ídem para a estrela 706.

4 – Pretende-se observar Saturno às 13 horas siderais, em Presidente Prudente. Pede-se para calcular os elementos de calagem, sabendo-se que:

$\varphi = 22^o 07'$

$\delta = 6^o\ 09'\ 35''$ N

$\alpha = 1h\ 21min\ 33s$

9 TEMPO EM ASTRONOMIA DE POSIÇÃO

A medida de tempo em está diretamente ligada ao movimento de rotação e translação da Terra. O tempo é medido pelo ângulo horário que um ponto tomado como referencial faz com o meridiano do lugar. A origem do tempo é o instante da passagem do referencial pelo meridiano do lugar. Assim, o conceito de tempo deve estar sempre ligado ao meridiano do lugar.

Há três tipos de tempo **astronômico** rotacionais, isto é, baseados no movimento de rotação da Terra, sua definição depende do "astro" que serve de referência para o movimento rotatório:

estrela - - - - - - -> tempo **SIDERAL**

Sol - - - - - - - - --> tempo **SOLAR VERDADEIRO**

Sol Médio - - - --> tempo **SOLAR MÉDIO**

A diferença entre os três sistemas está no ponto de referência. Quando este for o ponto ***vernal***, tem-se o ***tempo sideral***, quando a referência for o ***Sol***, tem-se o ***tempo solar verdadeiro*** e, quando o referencial for o ***Sol Médio*** (Sol fictício), tem-se o ***tempo solar médio.***

O ângulo horário de um astro é função do tempo e varia sempre no mesmo sentido, assim presta-se à sua medida. Surge a definição genérica:

"*HORA (instante) é o ângulo horário de um astro"*

9.1 Tempo Sideral

O tempo sideral é regulado pelo ponto vernal ou pelas estrela que, apesar de serem elementos móveis (o ponto vernal tem movimento retrógrado da ordem de 50,23" por ano) na esfera celeste, tem os movimento tão pequenos que são tidos como referenciais fixos.

.Dia sideral – É definido como o intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do meridiano superior do lugar pelo ponto vernal. O dia sideral tem a duração de 24 horas siderais e começa às 00h 00min 00s, no instante da passagem do meridiano superior do lugar pelo ponto vernal. Cada hora tem 60 minutos e cada minuto tem 60 segundos siderais.

Tempo sideral local (S)*. Com a passagem do meridiano superior do lugar pelo ponto vernal (00h 00min 00s) começa o dia sideral local. Assim, num dado instante o* *tempo sideral local é igual ao ângulo horário do ponto vernal nesse instante. Chamando* S *tempo sideral local, tem-se num dado instante para um lugar:*

$$S = a + H \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.7)$$

esta é a equação fundamental da Astronomia de Posição. Assim, o tempo sideral local pode ser calculado desde que se conheçam, num dado instante, a ascensão reta e o ângulo horário de um astro. Analisando-se a equação 01, pode-se concluir que: "hora sideral local (instante) é o ângulo horário do ponto vernal". Ver figura 34.

Quando o ponto vernal atinge o semi meridiano superior de um lugar o seu ângulo horário se anula e um relógio sideral nesse lugar deve marcar 0h 00min 00s, daí por diante a todo instante o ponto vernal terá um ângulo horário deferente que medirá a hora sideral local.

Tempo sideral de Greenwich às 00 horas TU (S_o) As efemérides fornecem para todos os dias do ano às 00 horas do Tempo Universal (TU) o tempo sideral de Greenwich (ângulo horário do ponto vernal às zero horas do Tempo Universal).

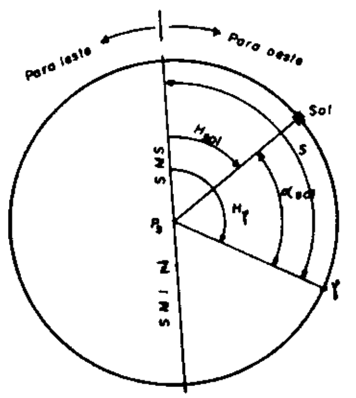


Figura 34 – Hora sideral

9.2 Tempo Solar Verdadeiro – é o tempo regulado pelo movimento diurno do Sol. Assim, define-se um ***dia solar verdadeiro*** como o intervalo de tempo que decorre entre duas passagens consecutivas do Sol pelo mesmo semi meridiano. O dia solar verdadeiro é contado (tem início) a partir do semi meridiano inferior do lugar. Em virtude do movimento anual aparente do Sol, no sentido direto (contrário ao do movimento diurno), o ***dia verdadeiro é mais longo que o dia sideral.***

Pelo fato da velocidade linear do Sol não ser constante, o dia solar verdadeiro não se presta ao papel de “unidade” de intervalo de tempo porque sua duração varia ao longo do ano. Com efeito, por percorrer o Sol a eclíptica e não o equador e por faze-lo com velocidade tangencial variável ($2^{\underline{a}}$ Lei de Kepler) a variação do seu ângulo horário não é uniforme.

Hora Solar Verdadeira (instante) é o ângulo horário do Sol acrescido de 12 horas.

$$V = H_{\text{Sol Verdadeiro}} + 12\ h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.1)$$

9.3 Tempo Solar Médio Com a finalidade de sanar os inconvenientes decorrentes da variabilidade do dia verdadeiro os astrônomos conceberam o ***Sol Médio***[1]. Define-se ***tempo solar médio*** como o tempo regulado pelo movimento diurno do Sol Médio; e o ***dia solar médio*** é definido como o intervalo de tempo que decorre entre duas passagens consecutivas do Sol médio pelo mesmo semi meridiano.

$$M = H_{\text{Sol Médio}} + 12\ h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.2)$$

O ângulo horário do Sol Médio em Greenwich é conhecido como GMAT (Greenwich Mean Astronomical Time). Quando o Sol médio está passando pelo semi meridiano inferior de Greenwich, seu ângulo horário é 12 horas, meia noite naquele local, nesse momento um novo dia civil está nascendo. O tempo médio, contado a partir do semi meridiano inferior de Greenwich, é chamado de GMT (Greenwich Mean Time) atualmente designado por TU (Tempo Universal). O Tempo Universal e o Tempo das Efemérides podem, em primeira aproximação, ser considerados iguais.

9.4 Equação do Tempo (E) Esta equação fornece a diferença entre a hora média (M) e a hora verdadeira (V), ou:

---

[1] Sol fictício que “percorre” o equador celeste, tendo como origem o ponto vernal, no mesmo intervalo de tempo que o Sol Verdadeiro percorre a eclíptica. Os dois Sóis sairiam de um mesmo ponto, que poderia ser o vernal, juntos percorreriam os círculos do equador e eclíptica, após um ano, chegariam no mesmo instante.

$$E = V - M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.3)$$

A equação do tempo vem consignada no anuário para 0h do Tempo das Efemérides (TE). Muitas vezes necessita-se saber esta equação para transformação de tempo médio em verdadeiro e vice-versa. Desta forma, faz-se necessário a atualização da equação do tempo para o instante desejado:

$$E = E_o + (M - \lambda)\ \Delta E_o. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.4)$$

onde:

E – equação do tempo para o momento M;

E_o – Equação do tempo para as zero horas do TU;

M – hora média;

λ - longitude do local (negativa a oeste); e

ΔE_o – Variação horária de equação do tempo (em segundos por hora).

Obs.: Os valores de E_o e ΔE_o estão registrados no Anuário Astronômico do IAG-USP para cada dia do ano, estes valores também podem ser determinados a partir da Efemérides Astronômicas do Observatório Nacional.

As Efemérides Astronômicas do Observatório Nacional traz, para cada dia do ano, a *hora média* da passagem do Sol pelo meridiano médio de Greenwich (lembra-se que esta passagem, em qualquer lugar, ocorre as 12 horas *verdadeiras*). Assim, pode-se determinar a equação do tempo, na data desejada, subtraindo de 12 horas verdadeiras a hora média da passagem. Estes dados permitem que sejam calculadas as equações do tempo, bem como sua variação horária para qualquer dia do ano. Segue um exemplo:

No dia 05 de maio de 1999, a passagem meridiana em Greenwich dá-se às 11h 56min 42,45s. Com auxílio da equação (9.3),

E = V – M;

tem-se:

E = 12 – 11 h 56min 42,45s = 3min 17,55s

Assim, tem-se para o dia 05/maio/1999 o valor da equação do tempo (3min 17,55s) para as 12 horas.

Para o dia 06 de maio de 1999, a passagem meridiana em Greenwich dá-se às 11h 56min 37,51s.

Utilizando-se da equação (9.3), tem-se que a equação do tempo para 06/05/99 é de 3min 22,48s. Assim, verifica-se que a equação do tempo do dia 05 para o dia 06/05/99 cresceu 4,93s. Então sua variação horária será:

$$\Delta E_0 = \frac{4{,}93s}{24h}$$ - - - - - - - - - - - -> ΔE_o= 0,205 s/h

Agora, pode-se reduzir a equação do tempo para as 0h TU

No dia 05 de maio de 1999, a equação do tempo para as 0 h TU será:

E_o = 3min 17,55s – (12 h x 0,205 s/h) = 3min 15,09s

E_o = 3min 15,09s

9.5 Hora Legal

Se na vida prática adotássemos a hora média, verdadeira e ou sideral, somente relógios situados no mesmo meridiano acusariam a mesma hora. Imaginando um viajante que se deslocassem em longitude, estaria o seu relógio a todo instante atrasado ou adiantado, conforme o deslocamento fosse para leste ou oeste. Tal situação traria sérios inconvenientes e causariam várias confusões..

Para sanar esse inconveniente, foi idealizado um sistema de fusos horários. A superfície da Terra foi "dividida" em 24 fusos de 15^o cada um, ou uma hora cada. Os fusos horários foram numerados de 0 a +12 para fusos localizados a oeste de Greenwich e de 0 a –12 para os fusos a leste de Greenwich. Apenas para esclarecer: o fuso zero (origem) é limitado pelas longitudes 7^o 30'W e 7^o 30'L. O fuso zero contém o meridiano astronômico médio do Observatório de Greenwich.

Assim, surgiu o conceito de ***hora legal***, uma hora não astronômica, imposta por lei:

"HORA LEGAL em um ponto é a hora média do meridano central do fuso a que pertence o ponto".

A hora média de Greenwich, por ser esse o meridiano origem, é a mesma hora legal e é chamada de Tempo Universal (TU) ou GMT (Greenwich Mean Time).

Por essa convenção adotada, todos os relógios do mundo marcam os mesmos minutos e os mesmos segundos, sendo diferentes apenas as horas “cheias”.

A hora legal, em um determinado local, num determinado instante é igual ao tempo médio de Greenwich nesse instante menos o fuso do lugar, respeitando a convenção de sinal por nós adotada.

$$Hl = M_G - F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.5)$$

Assim, quando em Greenwich são 13 horas, os relógios dos moradores de Presidente Prudente marcam:

$Hl = 13h - (+3) = 10h$ legais.

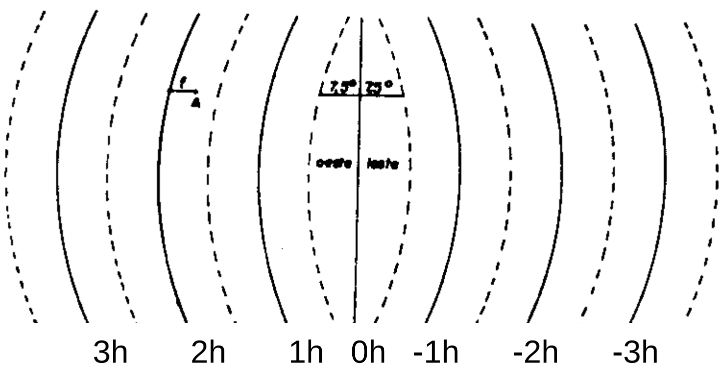


Figura 35: Sistema de fusos horários

No sistema adotado, todos os lugares compreendidos dentro de um fuso horário têm a mesma hora (hora média do meridiano central do fuso), esta é a chamada hora legal. Assim, se pretender saber a hora legal do lugar, representado na figura 35 por A, basta saber a hora média ou civil do fuso de (+2). Porém se pretender saber a hora média ou civil de A tem-se que transformar sua hora legal em média, usando a correção de fuso (f), que é a diferença entre a hora legal e a hora média de um lugar:

$$f = M - Hl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.6)$$

Par o cálculo do valor de f, deve-se conhecer a longitude (λ) do lugar e o fuso a que pertence esse lugar. A soma algébrica da longitude com o fuso fornecerá o valor de f.

$$f = \lambda + F \qquad (9.7)$$

Conhecendo-se o valor da correção do fuso (f), para calcular a hora média de um lugar, usa-se a equação acima.

$$M = Hl + f \qquad (9.8)$$

Das equações acima, pode-se deduzir:

$$M - Hl = \lambda + F \quad \text{ou} \quad Hl + F = M - \lambda \qquad (9.9)$$

As equações acima possibilitam transformar hora legal em média e vice-versa, lembrando que estamos considerando longitude negativa a oeste de Greenwich e fusos positivos a oeste de Greenwich.

9.6 Diferença de hora entre dois meridianos

Considerando a figura 36, sejam dois lugares L_1 e L_2 de longitudes λ_1 e λ_2 , sendo S um astro, cujos ângulos horários em relação aos lugares L_1 e L_2, são num mesmo instante físico, H_1 e H_2.

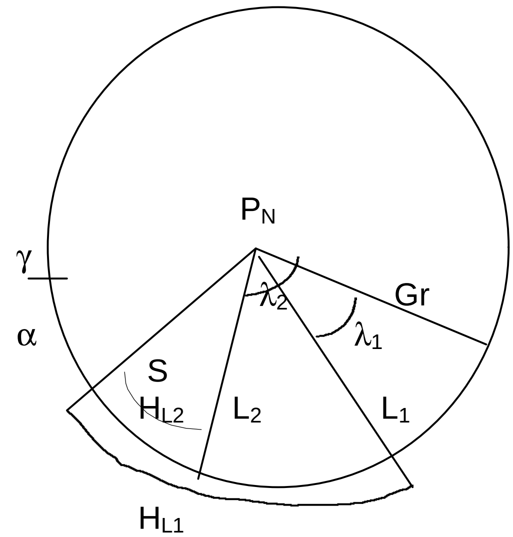


figura 36 - Diferença de horas entre dois meridianos

A partir da figura 36, tem-se:

$H_1 + \lambda_1 = H_2 + \lambda_2$

$H_1 - H_2 = -(\lambda_1 - \lambda_2)$,

Ainda pela figura 36, pode-se:

$S = H + \alpha$

$S_1 = H_1 + \alpha$

$S_2 = H_2 + \alpha$

$S_1 - S_2 = H_1 - H_2$

$S_1 - S_2 = -(\lambda_1 - \lambda_2)$

Quando um dos lugares for Greenwich, tem-se que $\lambda = S - S_G$,

Generalizando esse conceito para o tempo verdadeiro, médio e sideral, tem-se:

$$\left.\lambda = V - V_G; \qquad \lambda = M - M_G; \qquad \lambda = S - S_G \right\} \quad . \quad . \qquad (9.10)$$

Pelo exposto, pode-se afirmar que a longitude de um lugar é igual a hora astronômica local menos a hora astronômica de Greenwich.

O movimento de rotação da Terra não é rigorosamente uniforme, a velocidade de rotação da Terra está sujeita a:

- Um leve retardamento de natureza secular que encontra explicação no fenômeno das marés (atrito entre as águas oceânicas e o fundo dos mares);
- Variações sazonais, provavelmente devidas a causas meteorológicas; e
- Variações irregulares de origem ainda não satisfatoriamente explicadas.

Devido às variações na velocidade de rotação da Terra (conforme citado acima) e ao movimento do polo, nos leva a três tipos de Tempo Universal:

- TU0: é o tempo universal (solar médio do meridiano de Greenwich) obtido diretamente das observações astronômicas;
- TU1: é o tempo universal obtido das observações astronômicas e corrigido da influência do movimento do polo sobre a longitude; e
- TU2: é o TU1 corrigido da influência das variações sazonais da velocidade de rotação.

9.7 Tempo das Efemérides

As i irregularidades do tempo rotacional aliadas à crescente demanda de precisão levaram os astrônomos ao *tempo das efemérides (TE)*, desvinculado do movimento de rotação da Terra.

A partir de 1960, o argumento das efemérides dos astros do sistema solar, passou a ser o TE. O tempo das efemérides pode ser determinado comparando a posição **observada** do Sol, da Lua ou de um outro planeta, com a **calculada** em função das efemérides nas quais o argumento é o tempo definido pelas fórmulas de Newcomb.

$$\Delta T = TE - TU \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.11)$$

Atualmente, o TE = TAI + 32,18 s

TAI – Tempo Atômico Internacional.

A partir de 01 de janeiro de 1999, 0 h TUC, até novo aviso (Boletin C16 do IERS):

TAI – TUC = +32s

O segundo atômico é definido como “a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de Césio 133”

9.8 Tempo Universal Coordenado TUC

Os padrões de freqüência de Césio hoje existentes em todos os observatórios astronômicos, e que controlam a transmissão de sinais horários, tendem afastar do TU1 (que é o mais representativo da rotação da Terra). Assim, surgiu a necessidade de uma escala de Tempo que fosse mantida constantemente próxima de TU1 através de correções periódicas, essa escala de tempo recebeu o nome de Tempo Universal Coordenado TUC.

TAI – TUC = N (número inteiro de segundos)

Quando TU1 – TUC = DTU1 for maior que 0,75 segundos, o TUC é modificado de um número redondo.

9.9 Ano

Genericamente, **ano** é o intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do centro do Sol pelo mesmo ponto da eclíptica; se esse ponto for:

. **um ponto fixo** – tem-se o **ano sideral**

. **o ponto vernal** – tem-se o **ano trópico**

. **o perigeu** – tem-se o **ano anomalístico**

No ano trópico, o Sol em seu movimento aparente é no sentido direto, não percorre inteiramente a eclíptica pois o ponto venal, em virtude da precessão, retrograda de 50,2”; assim, o arco realmente descrito pelo Sol é de 359^{o} 59’ 09,8”. Já no ano anomalístico ocorre o contrário, pois as perturbações planetárias determinam um deslocamento do perigeu, no sentido direto, da ordem de 11,6” por ano; com isso, em um ano anomalístico o Sol percorre 360^{o} 00’ 11,6”.

ano trópico < ano sideral < ano anomalístico

Em unidades médias, tem-se:

ANO	D U R A Ç Ã O
Trópico	365,242 198 79d = 365d 05h 48min 45,975s
Sideral	365,256 360 42d = 365d 06h 09min 09,540s
Anomalístico	365,259 598 d = 365 06h 13min 53,50s

O Sol Médio completa uma revolução ao longo do equador no mesmo tempo em que o Sol Verdadeiro completa uma revolução ao longo da eclíptica.

Ano Juliano é o intervalo de tempo igual a 365,25 dias médios que conduz a um múltiplo inteiro: *o século juliano,* com 36 625 dias médios.

9.10 Relação entre os dias sideral e médio

Utilizamos a figura 37 apenas para a visualização do fenômeno, onde representa-se a Terra e a esfera projetadas sobre o plano do equador celeste; consideramos o momento em que o ponto vernal e o Sol Médio são alcançados simultaneamente pelo meridiano do observador 0.

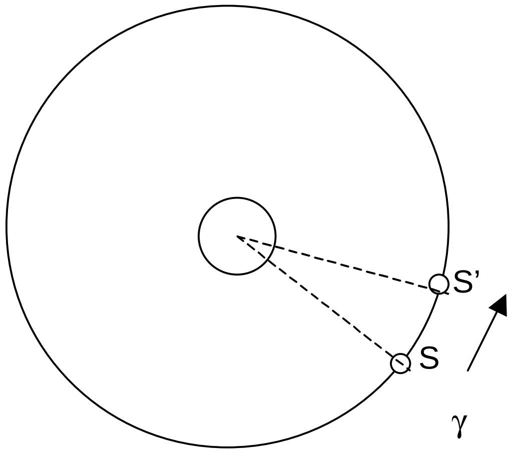


Figura 37 – Sol Verdadeiro e Sol Médio

Decorridas as 24 horas siderais a Terra terá completado uma rotação em torno do seu eixo, no sentido indicado no desenho, estando o ponto Aires a culminar novamente (cumpriu-se um *dia sideral*). Porém o Sol médio, devido ao seu movimento anual aparente que o obriga a deslocar-se no sentido direto, ainda não foi alcançado pelo meridiano, o que se dará numa posição S', quando então se terá completado um *dia médio*. O atraso do Sol nas sucessivas culminações pelo semi meridiano do observador irá se acentuando dia a dia; após exatamente **um ano trópico o Sol Médio e o ponto vernal cruzarão junto novamente no meridiano do observador**. Assim, se a Terra executa, tomando como referência o ponto vernal, n rotações, no mesmo período cumprirá, em relação ao Sol, apenas n – 1 rotações.

1 ano trópico = 365,242 198 79 dia médios

1 ano trópico = 366, 242 198 79 dias siderais.

$$\frac{I_S}{I_M} = \frac{366{,}24219879}{365{,}24219879} = 1{,}00273790926 = g \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.12)$$

9.11 Tempo sideral médio em Greenwich a zero hora TU (S_0)

O Tempo sideral médio em Greenwich a zero hora TU S_0 é o tempo marcado por um cronômetro sideral em G no instante da passagem meridiano inferior do Sol Médio (zero hora média em G). Então:

$$S = H + \propto \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.7)$$

$$S_0 = 12 + \propto_M$$

Na passagem seguinte, o ponto vernal estará adiantado de 3min 56,56s.

- hora sideral a zero hora média, num local de longitude λ será:

$$S_{0L} = S_0 - 1{,}002\,737\,909\,26 \times \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.13)$$

- conversão de hora (instante) médio em sideral

$$S = S_0 + M + (M - \lambda)\ 0{,}002\,737\,909\,26 \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.14)$$

- conversão de hora (instante) sideral em médio

$$M = \frac{S - S_0 + l \times 0{,}00273790926}{1{,}00273790926} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.15)$$

- conversão de hora (instante) média em verdadeira

$V = M + E$ $\quad\quad E = E_0 + (M - \lambda)\ \Delta E_0$ . . . (9.16)

$V = M + E_0 + (M - \lambda)\ \Delta E_0$ . . . (9.17)

- conversão de hora (instante) verdadeira em média

$$M = \frac{V - E_0 + l \times \Delta E_0}{1 + \Delta E_0}$$ . . . . . . (9.18)

- conversão de hora legal em média

$Hl + F = M - \lambda$ - - - - - - - - - - --> $M = Hl + F + \lambda$ . . . (9.19)

- conversão de hora legal em sideral e vice-versa

$S = S_0 + \lambda + (Hl + F)\ 1{,}002\ 737\ 909\ 26$ - - - - - -> $Hl = \dfrac{S - S_0 - l}{1{,}00273790926} - F$ (9.20)

9.12 Interpolação de coordenadas uranográficas

Estrelas

As efemérides registram de 10 em 10 dias a posição aparente das estrelas na sua passagem pelo semi meridiano superior de Greenwich, a fração do dia vem registrado com apenas um decimal, por exemplo: 10,5 data TU, significa dia 10 em Greenwich às 12 horas médias.

Sol

A declinação do Sol, devido sua grande variação (aproximadamente 47º por semestre), as efemérides a trazem registrados para todos os dias do ano para as 0h TU (δ_0). Interessa-nos o valor da declinação do Sol δ para o instante da observação. Se a longitude do local é λ e a observação deu-se às M hora méldia, no mesmo instante em Greenwich serão (M + λ) horas, tendo δ_0 variado de (M + λ) x $\Delta\delta_0$.

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \delta_0 + (M - \lambda)\,\Delta\delta_0 \\ \delta &= \delta_0 + (Hl + F)\,\Delta\delta_0 \\ \propto &= \propto_0 + (Hl + F)\,\Delta\propto_0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.21)$$

9.13 Cronometria e Radiofusão dos Sinais Horários

Instrumentos registradores da hora Os cronômetros utilizados em Astronomia de Campo são instrumentos de precisão, ainda que precisos esses cronômetros adiantam ou atrasam em relação a um marcador de tempo de referência. Assim, quando utiliza-se um cronômetro na Astronomia de Campo, necessita-se da correção cronométrica que permite a obtenção do tempo preciso.

O estado do cronômetro (E) é a quantidade de tempo que o cronômetro está adiantado ou atrasado em relação a um sistema de tempo de referência.

$$E = H - T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.22)$$

onde,

E – Estado do Cronômetro

H – Hora referenciada a um sistema de tempo

T – Instante cronométrico.

O estado do cronômetro pode ser determinado em relação a hora de Greenwich ou em relação a hora legal local.

marcha do cronômetro Entende-se por marcha de um cronômetro como sendo a quantidade de tempo que o cronômetro adianta ou atrasa por unidade de tempo. Comparando-se o estado do cronômetro em duas épocas diferentes (época 1 e 2), E_1 e E_2, é possível verificar o avanço ou retardo do cronômetro, ou seja, a *marcha do cronômetro (m).*

$$m = \frac{E_2 - E_1}{T_2 - T_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.23)$$

A hora cronométrica corrigida será:

$$H = T + E + m\,(T_2 - T_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.24)$$

Receptores de sinais horários As emissoras de sinais horários utilizam-se de esquemas para sua emissão:

- *esquema americano moderno.* O último sinal dá-se no segundo 60 de cada minuto e o sinal tem uma duração maior;
- *esquema internacional*. A estação emite uma série de pulso durante 5 minutos, cada pulso marcando um segundo e tendo as duração de 12/10s; com exceção do ponto inicial de cada minuto que tem uma duração de 1/4s. A emissão começa no início dos minutos múltiplos de 5; e
- *esquema da estação WWV*. Os sinais são contínuos, os períodos de transmissão são de 5 minutos, sendo os dois últimos apenas de sinais horários. No minuto final de cada período o locutor informa a hora legal.

Freqüência das principais emissoras. As principais emissoras retransmitem os sinais horários nas freqüências: 20KHz; 2,5 MHz; 5MHz; 10MHz; 15MHz; 20MHz; e 25MHz. Todas as emissoras de sinais horários informam a diferença entre o TU1 e TUC.

DTU1 = TU1 – TUC - - - - - - -> TU1 = TUC + DTU1

Código utilizado para a transmissão do DTU1:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

DTU1 (+) positivo - - - - - -> DTU1 = (*n x 0,1) s*

n - - ->número de segundos de referência (número de segundos a partir do segundo 1, inclusive).

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

DTU1 (-) negativo - - - - - -> DTU1 = -(*m x 0,1) s*

n - - - -> número de segundos de referência (número de segundo a partir do segundo 9, inclusive).

Ao leitor interessado em mais informações com relação aos tipos de esquemas de transmissão de sinais, das freqüência das principais emissoras que retransmitem os sinais horários, sugere-se leitura em *Efeméride Astronômicas* nas páginas H.

algumas emissoras:

Estação Rádio Relógio Federal - - - -> 580KHz e 4905KHz – Os pulsos 58, 59 e 60 tem uma duração maior.

Estação Radiobrás - - - -> 640KHz (Brasília)
800; 5990; 11950KHz (Rio de Janeiro)

Telefone 021 – 580 0677

LOL e WWV - - - - -> 9,9 e 15MHz

9.14 Exercícios:

01 – Calcular a hora média , correspondente às 16h 33min 17s legais, em um lugar de longitude 3h 25min 38s W.

02 – Calcular a hora média correspondente às 14h 20m legais de um lugar de longitude 2h 04minW.

03 – Calcular a hora média, em um lugar de longitude 3h 25min 38s, correspondente às 21h 45min 00s do tempo legal.

04 – Em um lugar de longitude 51^{o}24’24”W são 14h13min20s do tempo legal. Calcular a hora legal de Greenwich.

05 – Em Presidente Prudente, longitude 3h 25min 38sW, determinar o valor da correção de fuso.

06 – Qual a hora legal correspondente às 9h 13min 12s médios no dia 21 de maio de 1999, num lugar de longitude 3h 25min 38sW?

07 – Calcular a hora legal correspondente às 15 horas siderais do dia 05 de maio de 1999, em um lugar de longitude 3h 25min 38sW.

08 – Calcular a hora legal correspondente às 21 horas siderais do dia 12 de junho de 1999, em um lugar de longitude 3h 25min 38W.

09 – Calcular a hora sideral correspondente às 19 horas legais do dia 05 de maio de 1999, em um lugar de longitude 3h 25min 38sW.

10 – Calcular os elementos de calagem e a hora legal da estrela 141 em sua passagem pelo meridiano, no dia 22 de junho de 1999, em Presidente Prudente (longitude 3h 25min 38s W e latitude 22^{o}07’18”S).

12 – Calcular os elementos de calagem e a hora legal do nascer e ocultar da estrela 169, no dia 28 de junho de 1999, em Presidente Prudente.

13 – Calcular os elementos de calagem e a hora legal da estrela 1160 em sua passagem pelo primeiro vertical (a leste e a oeste do meridiano), no dia 04 de abril de 1999, em Pres. Prudente.

14 – Calcular os elementos de calagem e a hora legal da estrela 437 em sua passagem pelo círculo das seis horas (a leste e a oeste do meridiano), no dia 25 de agosto de 1999, em Presidente Prudente.

15 – Calcular os elementos de calagem e a hora legal da estrela 631 em sua elongação (a leste e a oeste do meridiano), no dia 21 de setembro de 1999, em Presidente Prudente.

16 – Calcular a hora legal correspondente às 12 horas verdadeiras do dia 19 de maio de 1999, em Presidente Prudente.

17 – Calcular a hora legal e os elementos de calagem do planeta Saturno, no dia 17 de maio de 1999, para um observador em Pres. Prudente.

18 – Calcular a duração do dia astronômico (tempo em que o Sol permanece acima do horizonte) no dia do seu aniversário, em sua cidade natal.

10 CIRCUNSTÂNCIAS FAVORÁVEIS ÀS DETERMINAÇÕES ASTRONÔMICAS

As determinações astronômicas para o cálculo das coordenadas geográficas de um lugar e do ângulo que uma direção forma com o meridiano local (azimute), geralmente são realizadas por aproximações sucessivas, ou seja, inicialmente faz-se determinações expeditas, determinações de precisão (erro médio quadrático da média inferior a 0,3”) e finalmente determinações de alta precisão (erro médio quadrático da média inferior 0,1”).

O conjunto de métodos e processos para a realização das determinações incluem observações aos astros (Sol e estrelas) nas mais diversas situações (posições dos astros em seus movimentos diurnos), sendo portanto necessário que seja analisado quais as condições e circunstâncias que mais favorecem essas determinações. Analisa-se neste item quais as condições e circunstâncias mais favoráveis (posição do astro em relação ao observador) às determinações da latitude, longitude e do azimute.

10.1 Circunstâncias favoráveis à determinação da latitude

Seja o triângulo de posição:

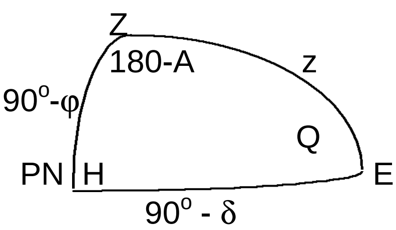


Figura 40 – Triângulo de posição

do triângulo de posição, utilizando-se da fórmula dos quatros elementos relativas a lado, tem-se:

$$\cos z = \text{sen}\,\varphi\ \text{sen}\,\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.5)$$

considerando-se δ fixo (isento de erros), e considerando φ, z e H como variáveis, por diferenciação tem-se:

$$-\text{sen}\,z\,dz = \cos\varphi\ \text{sen}\,\delta\,d\varphi - \text{sen}\,\varphi \cos\delta \cos H\,d\varphi - \text{sen}\,H \cos\varphi \cos\delta\,dH \qquad (10.1)$$

ou

$$-\text{sen } z \; dz = (\cos \varphi \text{ sen } \delta - \text{sen } \varphi \cos \delta \cos H) \, d\varphi - \text{sen } H \cos \varphi \cos dH \qquad (10.2)$$

$$\text{sen } z \; dz = (-\cos \varphi \text{ sen } \delta + \text{sen } \varphi \cos \delta \cos H) \, d\varphi + \text{sen } H \cos \varphi \cos \delta \, dH \qquad (10.3)$$

Da fórmula dos cinco elementos (2 ângulos e 3 lados), tem-se:

$$\left.\begin{aligned} &\text{sen } b \cos C = \text{sen } a \cos c - \cos a \text{ sen } c \cos B \\ &\text{sen } b \cos A = \text{sen } c \cos a - \cos c \text{ sen } a \cos B \\ &\text{sen } z \cos A = -\cos \varphi \text{ sen } \delta + \text{sen } \varphi \cos \delta \cos H \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \; (10.4)$$

Utilizando-se da analogia dos senos, tem-se:

$$\frac{\text{sen}\, z}{\text{sen}\, H} = \frac{\cos d}{\text{sen}\, A} \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\, z \,\text{sen}\, A = \cos d \;\text{sen}\, H \quad . \quad . \qquad (10.5)$$

logo:

$$\text{sen } z \; dz = \text{sen } z \cos A \; d\varphi + \text{sen } A \text{ sen } z \cos \varphi \; dH \quad . \quad . \qquad (10.6)$$

portanto,

$$dz = \cos A \; d\varphi + \text{sen } A \cos \varphi \; dH \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10.7)$$

A equação (10.7), é a equação diferencial que relaciona as incertezas de <u>z</u> às incertezas de φ e <u>H</u>.

Assim,

$$d\varphi = \frac{dz - \text{sen}\, A \cos \varphi \; dH}{\cos A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10.8)$$

Finalmente:

$$d\varphi = \frac{dz}{\cos A} - tgA\ \cos\varphi\ dH \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10.9)$$

A expressão (10.9), nos mostra que para que o erro em latitude (dφ) seja mínimo, é necessário que

$\frac{dz}{\cos A}$ seja mínimo e que tg A cos φ dH também seja mínimo.

$\frac{dz}{\cos A}$ será mínimo quando cos A for máximo, isto é, cos A = ± 1, ou seja quando o azimute (A) for 0^o ou 180^o, e

tg A cos φ dH será mínimo quando tg A for mínimo, isto é tg A = 0, isto ocorre quando A = 0^o ou A = 180^o.

Diante destas afirmações, dφ será mínimo e por conseguinte a latitude será melhor determinada quando o astro possuir azimute 0^o ou 180^o, isto é, quando o astro estiver na passagem pelo meridiano ou em suas proximidades. Ou seja, a influência dos erros acidentais terão menor influência na determinação da latitude quando o astro estiver nas proximidades do meridiano do observador.

10.2 Circunstância favorável a determinação do longitude

Da equação diferencial,

$$dz = \cos A\ d\varphi + \text{sen}\ A \cos\varphi\ dH, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10.7)$$

pode-se:

$$dH = \frac{dz}{\cos\varphi\,\text{sen}\,A} - \frac{d\varphi}{tgA\cos\varphi} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10.10)$$

Nesta última expressão, tem que dH é o erro em ângulo horário, para que este seja mínimo, é necessário que:

$\frac{dz}{\cos\varphi \operatorname{sen} A}$ seja mínimo, isto é que sen A e também tg A forem máximo, isto ocorre quando o azimute do astro for 90 ^{o} ou 270^o. Verifica-se que os erros dz e dφ terão influência mínimo na determinação do ângulo horário quando estiver nas proximidades do primeiro vertical . Ou seja, o ângulo horário será melhor determinado observando-se os astros nas proximidades do primeiro vertical.

10.3 Circunstâncias favoráveis à determinação do azimute

Utilizando-se da fórmula dos quatros elementos, relativos a lados, tem-se:

$$\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} \varphi \cos z - \cos \varphi \operatorname{sen} z \cos A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10.11)$$

Diferenciando a equação acim, considerando δ como fixo e φ, z e A como variáveis, tem:

$$0 = (-\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} z - \cos \varphi \cos z \cos A)\, dz + (\cos \varphi \cos z + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} z \cos A)\, d\varphi + \cos \varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A\, dA \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10.12)$$

Pela fórmula dos 5 elementos (3 lados 2 ângulos), tem-se

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{sen} b \cos C = \operatorname{sen} a \cos c - \cos a \operatorname{sen} c \cos B \\ \operatorname{sen} b \cos A = \operatorname{sen} c \cos a - \cos c \operatorname{sen} a \cos B \\ -\cos \delta \cos Q = -\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} z - \cos \varphi \cos z \cos A \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (1.4)$$

e

$$\cos \delta \cos H = \cos \varphi \cos z + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} z \cos A \quad . \quad . \quad . \quad (10.13)$$

Portanto,

$$0 = -\cos \delta \cos Q\, dz + \cos \delta \cos H\, d\varphi + \cos \varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A\, dA \quad . \quad (10.14)$$

ou,

$$dA = \frac{\cos\delta \cos Q}{\cos\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A} dz - \frac{\cos\delta \cos H}{\cos\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A} d\varphi \quad . \quad . \quad . \quad (10.15)$$

Utilizando-se da analogia dos senos,

$$\frac{\operatorname{sen} A}{\cos\delta} = \frac{\operatorname{sen} Q}{\cos\varphi} \Rightarrow \operatorname{sen} A \cos\varphi = \cos\delta \operatorname{sen} Q \quad . \quad . \quad . \quad (10.16)$$

$$\frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} H} = \frac{\cos\delta}{\operatorname{sen} A} \Rightarrow \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A = \cos\delta \operatorname{sen} H \quad . \quad . \quad . \quad (10.17)$$

Multiplicando a equação (10.16) por cos Q e a equação (10.17) por cos H, tem-se:

$$\operatorname{sen} A \cos\varphi \frac{\cos Q}{\operatorname{sen} Q} = \cos\delta \cos Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10.18)$$

$$\operatorname{sen} z \operatorname{sen} A \frac{\cos H}{\operatorname{sen} H} = \cos\delta \cos H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10.19)$$

Introduzindo estas duas equações na equação (10.15), tem-se:

$$dA = \frac{\operatorname{sen} A \cos\varphi \dfrac{\cos Q}{\operatorname{sen} Q}}{\cos\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A} dz - \frac{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} A \dfrac{\cos H}{\operatorname{sen} H}}{\cos\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{sen} A} d\varphi \quad . \quad . \quad . \quad (10.20)$$

Pela lei dos senos:

$$\frac{\cos\varphi}{\operatorname{sen} Q} = \frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} H} \Rightarrow \operatorname{sen} z \operatorname{sen} Q = \cos\varphi \operatorname{sen} H \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} Q}{\operatorname{sen} H} \quad . \quad (10.21)$$

$$dA = \frac{dz}{\operatorname{sen} z \operatorname{tg} Q} - \frac{d\varphi}{\dfrac{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} Q}{\operatorname{sen} H} \dfrac{\operatorname{sen} H}{\cos H}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10.22)$$

$$dA = \frac{dz}{\operatorname{sen} z \ \operatorname{tg} Q} - \frac{d\varphi}{\operatorname{sen} z \ \operatorname{sen} Q \ \sec H} \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad (10.23)$$

A partir da equação acima, pode-se deduzir que os erros em φ e em z terão influência mínima na determinação do azimute quando Q = 90^{o}, ou seja quando o astro estiver elongando, ou nas proximidades da elongação. Quando o azimute for determinado por observações às estrelas que não elonguem, estas devem ser observadas nas proximidades do primeiro vertical, quando o angulo paralático Q terá seu maior valor.

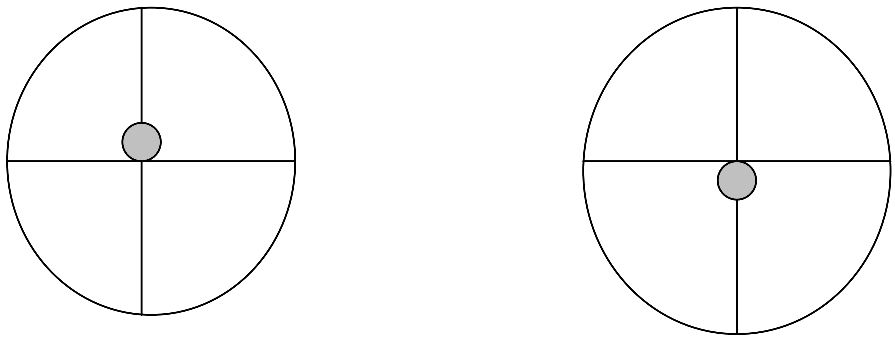
11 CORREÇÕES ÀS OBSERVAÇÕES

Usualmente, as coordenadas geográficas de um ponto podem ser retiradas de uma carta geográfica, por interpolação linear. Todavia quando não existe umas carta do lugar pode-se, por observações ao Sol, determinar por processos expeditos a latitude, longitude e azimute de uma direção.

Observações ao Sol

Existem diferentes maneiras de se visar o Sol, seja para a medida da distância zenital, seja para leituras azimutais, ou para se fazer ambas medidas simultaneamente.

Observação de uma tangência e uma bisseção

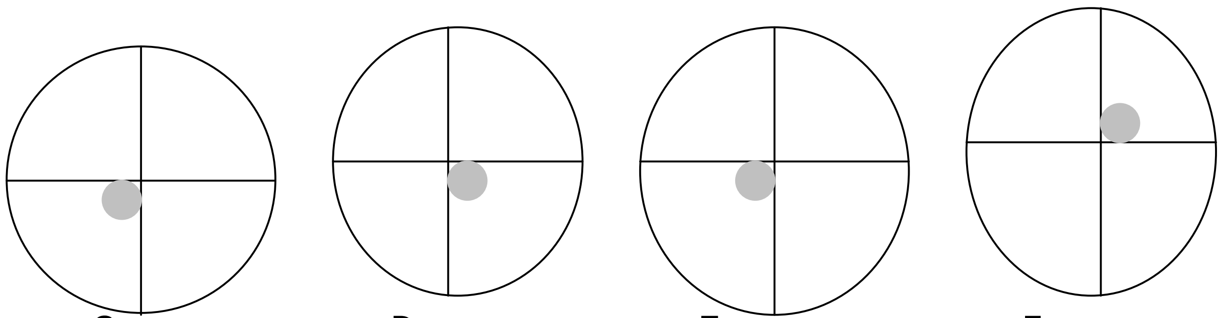


A B

Se o Sol for bissetado no fio vertical as leituras azimutais são isentas da influência do semidiâmetro.

Observando-se o Sol na posição direta do instrumento como na figura A e depois, na posição inversa como na figura B, a média das distâncias zenitais está isenta da correção do semidiâmetro.

Método da dupla tangência



C D E F

Quando observa-se o Sol em Pd, conforme a figura C e em PI como na figura D, a média das leitura azimutais está isenta da influência do semidiâmetro. Se a observação for em PD conforme a figura E , e em PI como na figura F, então as médias das leituras azimutais e zenitais correspondem às leituras feitas para o centro geométrico do Sol e portanto estarão isentas da influência do semidiâmetro.

Correções às observações

As coordenadas das estrelas estão catalogadas no Sistema Uranográfico, cuja origem coincide com o centro de massa da Terra (geocentro). As observações astronômica são realizadas na superfície da Terra (topocentrica), então faz-se necessária a transformação das observações topocentrica em geocentica. Essas correções referem-se à paralaxe, refração astronômica e semidiâmetro, além destas "correções", deve-se fazer a correção do pz (erro do ponto zenital).

11.1 Ponto zenital (Pz)

A graduação do teodolito, com origem no zênite proporciona a *distância zenital* de uma visada, que é uma quantidade sempre positiva, eliminando o inconveniente dos sinais existentes quando a contagem se inicia no horizonte, os quais podem ser positivos (visadas acima do horizonte instrumental) ou negativas (visada abaixo do horizonte instrumental).

Quando o zênite instrumental não coincide com o zênite do lugar, ocorre o chamado *ponto zenital* (Pz) do instrumento.

O valor do pz é dado por:

$$Pz = 180^o - \frac{CE + CD}{2} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.1)$$

Trabalhando apenas com um posição do intrumento, a correção da distância zenital, se a observação for:

$$\left.\begin{array}{l} \text{PD: . . . . . } Z = Z' + Pz \\ \text{PI: . . . . } Z = 360^o - Z' - Pz \end{array}\right\} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.2)$$

11.2 Paralaxe

As observações são realizadas na superfície da Terra, porém devem ser reduzidas ao centro da mesma, pois as coordenadas uranográficas são geocêntricas. Na figura 40, a mudança d posição do observador da superfície para o centro da Terra, ocasiona o deslocamento das projeções do astro E na esfera celeste, pois, do centro da Terra, será visto na posição E".

Paralaxe (p) astronômica pode ser definida como o ângulo sob o qual é visto do astro o raio da Terra. Seu valor esta tabelado, em função da altura do Sol. Ainda as efemérides tem o valor da paralaxe horizontal do Sol para o início de cada mês, assim, a paralaxe pode ser calculada por:

$$p = p_o \operatorname{sen} Z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.3)$$

Onde P_o representa a paralaxe horizontal do astro (Sol), é a paralaxe que o astro teria se estivesse situado no horizonte.

A distância zenital corrigida da paralaxe será:

$$Z = Z' - p_o \operatorname{sen} Z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.4)$$

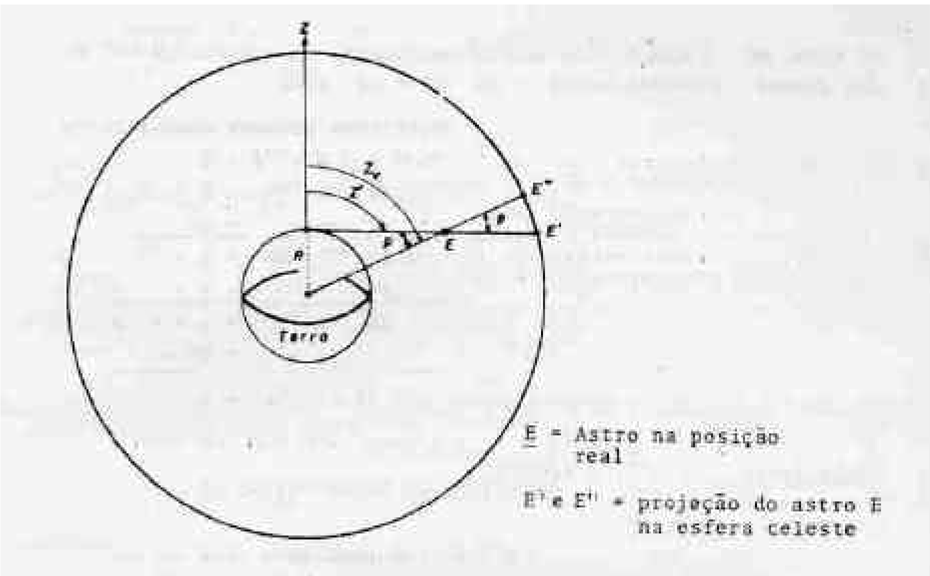


Figura 40 – Paralaxe do astro

11.3 Semi diâmetro do Sol

Dada a dificuldade de se visar diretamente o centro do Sol, devido ao seu grande diâmetro aparente, limitamo-nos a observar um de seus bordos e depois, com a correção do semi diâmetro as observações são reduzidas ao centro do Sol.

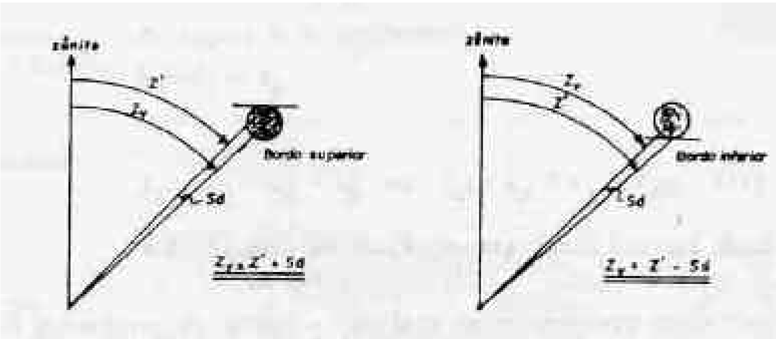


Figura 41 – Redução ao cento do Sol

A distância zenital corrigida do semi diâmetro do Sol será:

$$Z = Z' \pm SD \qquad (11.5)$$

Onde SD (semi diâmetro do Sol) vem tabelado nas Efemérides Astronômicas para todos os dias do Ano.

Na equação (11.5), quanto ao sinal ±, utiliza-se o sinal positivo quando a observação ao Sol (tangência do retículo no bordo superior do Sol) for realizada em seu bordo superior, e o sinal negativo quando a tangência do retículo for realizada no bordo inferior do Sol.

Nas observações ao Sol, para a determinação do ângulo azimutal (Hz), a correção devido ao semi diâmetro do Sol será:

$$dH = \frac{SD}{\operatorname{sen} Z'} \qquad (11.6)$$

Os ângulos azimutais corrigidos do semi diâmetro do Sol serão:

$$Hz = H' \pm \frac{SD}{\operatorname{sen} Z'} \qquad (11.7)$$

Quanto à dupla raiz $\pm$, da equação (11.7), utiliza-se o sinal positivo para as observações realizadas no bordo esquerdo do Sol, e o sinal negativo para observações realizadas no bordo direito do Sol.

11.4 Refração astronômica

As camadas de ar que envolvem a Terra, sendo de índices de refração diferentes, atuam como meio refringente, produzindo desvios dos raios luminosos que emanam dos astros. Refração astronômica é o deslocamento que um raio luminoso sofre ao passar de um meio a outro de densidades diferentes.

Quando o raio incidente passa de um meio de densidade menor para um meio de densidade maior (menos refringente para um meio mais refringente), o raio se aproxima da normal, ver figura 42.

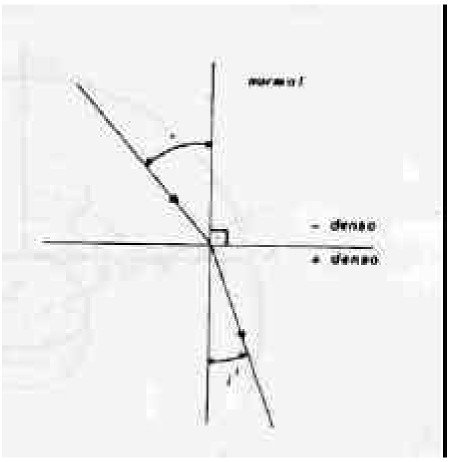


Figura 42 – Refração

Na atmosfera, à medida que se afasta da superfície terrestre, o ar vai se tornando menos denso. Assim, a luz do astro ao adentrar a atmosfera vai sucessivamente atravessando meios de densidade maiores, ou seja o raio luminoso vai se aproximando sucessivamente da normal.

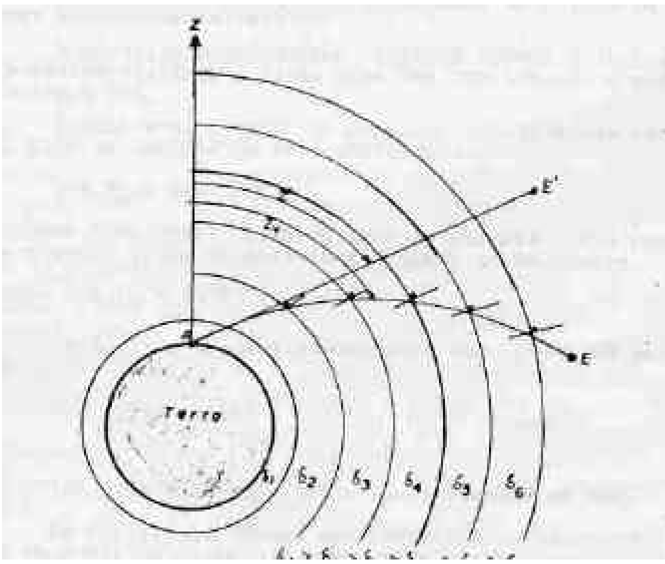


Figura 43 – Refração astronômica

O efeito da refração astronômica é a elevação aparente do astro, assim, a correção desse efeito nas determinações das distâncias zenitais é sempre positiva.

A zenital observada pode ser corrigida da refração astronômica com uso da equação (11.8).

$$Z = Z' + R \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.8)$$

A refração no instante da observação pode ser calculada a partir da refração média Rm, cujo valor encontra-se tabelado nas Efemérides Astronômicas em função de Z'. A refração média é valida para a atmosfera padrão. No campo, as condições de temperatura e pressão são diferentes. Assim, deve-se introduzir a correção em virtude da temperatura e pressão (C_{TP}).

$$R = Rm \times C_{TP} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.9)$$

Onde, C_{TP} – correção para temperatura e pressão. Tabelada nas Efemérides Astronômicas em função da temperatura e Pressão em mm Hg.

O valor da Refração astronômica também pode ser calculada com uma boa aproximação, válida para qualquer observação astronômica, com a equação (11.10).

$$R'' = 16{,}27''\ \mathrm{tg}Z' \frac{P_{mm\ bar}}{T_{{}^oK}} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.10)$$

Com:

$${}^oK = 273{,}16 + {}^oC \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.11)$$

Onde:

${}^oK$ - é a temperatura ambiente em graus Kelvin

${}^oC$ - é a temperatura ambiente em graus Centígrados

P_{mmbar} – Pressão atmosférica em mmbar

R” – refração astronômica em segundos de arco.

A distância zenital corrigida do efeito da refração será:

$$Z = Z' + R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.8)$$

11.5 Correção total nas distâncias zenitais

$$Z = Z' - p + R \pm SD + Pz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.12)$$

11.6 Exercício

No dia 02 de junho de 1999, observou-se o bordo inferior do Sol, com distância zenital de $19^o08'04''$, com temperatura de 22^oC e pressão de 958 mmbar. Calcular a distância zenital corrigida, sabendo-se que para fins de determinação de Pz, foram feitas as seguintes leituras no círculo zenital do instrumento:

CE- $89^o 41'24''$

CD- $270^o19'31$

12 DETERMINAÇÕES EXPEDITAS

Caracterizam-se por determinações astronômicas expeditas as determinações que admitem um desvio padrão da média superior a 0,3” (um segundo de arco) para a latitude e 0,5” (três segundos de arco) para a longitude e azimute.

Instrumental

Os equipamento mais utilizados na Astronomia de Campo são:

- Teodolito;
- Ocular de cotovelo;
- Prismas;
- Filtros;
- Termômetro;
- Barômetro;
- Cronômetro; e
- Rádio receptor.

12.1 Determinação da latitude pelo método da culminação do Sol

O método da determinação da latitude por observação ao Sol em sua culminação, basicamente consiste em medir a distância zenital do Sol em sua culminação. Os astros fixos (estrelas) culminam na passagem meridiana. O Sol sendo um astro errante, devido a variação de sua declinação ao longo de seu movimento diurno, necessariamente sua culminação não dá-se na passagem meridiana. A culminação do Sol dá-se sempre com um ângulo horário inferior à 20 s (vinte segundos de tempo). Assim, para fins de determinações expeditas, pode-se considerar que a culminação do Sol dá-se na passagem meridiana, ou seja às 12 horas verdadeira.

Conforme já visto no Estudo Analítico do Movimento Diurno, na culminação dos astros, tem-se:

$$z = \pm (\varphi - \delta) \qquad (8.7)$$

$$\varphi = \delta \pm z \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.1)$$

onde:

φ - latitude do lugar;

δ - declinação do Sol no exato instante da observação; e

z – distância zenital do Sol.

$$\delta = \delta_o + M_G \;\; \Delta\delta \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.2)$$

$$M_{G} = Hl + F \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.3)$$

Onde:

δ_o – declinação do Sol às zero horas do Tempo Universal;

M_G – Hora média de Greenwich no instante da observação;

$\Delta\delta$ - Variação horária da declinação;

Hl – Hora legal da observação; e

F – Fuso horário da estação de observação.

Conforme já mencionamos, o procedimento para a determinação da latitude consiste simplesmente em medir a distância zenital do Sol na passagem meridiana. Há três situações;

1 – Pretende-se observar o Sol na passagem meridiana, **conhecendo-se** o meridiano do observador (para orientar o instrumento);

2 – Conhece-se apenas a longitude da estação; e

3 – Não se conhece o meridiano e nem a longitude da estação.

Na situação (1), a determinação da latitude será um processo bastante simplificado, simplesmente orienta-se o teodolito, e no momento da passagem meridiana do Sol faz-se a tangência do retículo médio no bordo inferior do Sol. Assim, tem-se a distância zenital do Sol em sua passagem meridiana. Note, que na equação (12.1), deve-se utilizar a distância zenital do Sol *corrigida da paralaxe, da refração astronômica, do semi-meridiano do Sol e do pz instrumental,* além da necessidade da interpolação da declinação do Sol no instante da passagem meridiana. Dada estas considerações, então além da observação da distância zenital do Sol, tem-se que observar a pressão e temperatura ambiente no instante da passagem meridiana do Sol e também observar a hora legal em que ocorreu a passagem meridiana, pois esta será utilizada na atualização da declinação do Sol para o instante da passagem meridiana.

Na situação (2), faz-se um programa de observação ao Sol, ou seja, conhecendo-se a longitude da estação, calcula-se a hora legal da culminação. Assunto já estudado em Tempo em Astronomia, onde por tratar-se de determinações expeditas, pode-se considerar que a culminação dá-se às 12 horas verdadeiras. Calculada a hora legal da culminação, o procedimento para a observação consiste em fazer a tangência no bordo inferior do Sol na hora legal calculada. Para realizar a tangência ao bordo inferior do Sol, aconselha-se em iniciar as observações ao Sol pelo menos 20 min antes do horário previsto para a culminação do Sol. Este procedimento é apenas para familiarizar e treinar o aluno a fazer a tangência ao Sol. Nesta situação (2), deve-se adotar o mesmo procedimento para a realização das correções à distancia zenital observada.

Na situação (3), sabe-se que o Sol culmina aproximadamente às 12 horas verdadeiras, ou seja a culminação será por volta das 12 horas legais mais a correção de fuso (visto em Tempo em Astronomia). Assim, para que possa ser garantido que o início das observações seja realizada antes da culminação do Sol, inicia-se as observações as 11h 30min legais, pois neste horário o Sol ainda deve estar em ascensão (subindo). Após instalado e nivelado o Teodolito, com auxílio de prismas, filtros ou papel de anteparo, inicia-se a pontaria ao Sol (fazendo com que o retículo médio fique tangente ao bordo inferior do Sol. Acompanha-se o Sol (atuando no parafuso de chamada vertical) até que o mesmo pare de subir (quando o astro culmina, sua "velocidade vertical" é nula), neste instante o movimento do Sol será tangente ao retículo horizontal. Verificado que o Sol parou de subir, faz-se a leitura da hora legal, da pressão, da temperatura e da distância zenital do Sol. Deve-se fazer as correções à distância zenital observada, conforme situações (1) e (2).

Operações de Campo

- Instalação do instrumento (teodolito);
- Determinação do pz instrumental;
- Montagem da ocular de cotovelo ou do prisma;
- Focalizar a luneta do teodolito em um ponto bem afastado;
- Fazer pontaria ao Sol conforme a situação ou 01, ou 02, ou ainda 03; e
- Registrar o bordo observado do Sol.

Seqüência de cálculo para a determinação da latitude

. Cálculo do pz instrumental

$$pz = 180^o - \frac{(CE + CD)}{2} \quad . \quad . \quad (11.1)$$

. Cálculo da refração astronômica

$$R'' = 16{,}27''\ tg\, z'\ \frac{P_{(mmbar)}}{T_{oK}} \quad . \quad . \quad (11.10)$$

$$^oK = 273{,}16 + {}^oC \quad . \quad . \quad . \quad (11.11)$$

. Cálculo da paralaxe

$$p = p_o \text{ sen } z' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11.3)$$

. Determinação do semi diâmetro do Sol ($\pm SD$)

(+) para observação ao bordo superior do Sol

(-) para observação ao bordo inferior do Sol

. Cálculo da zenital corrigida

$$z = z' - p + R \pm SD + pz \quad . \quad . \quad . \qquad (11.12)$$

. Interpolação da declinação do Sol

$$\delta = \delta_o + (Hl + F)\Delta\delta \quad . \quad . \qquad (9.21)$$

. Cálculo da latitude

$$\varphi = \delta \pm z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.1)$$

Exemplo

Em 05 de agosto de 1998, observou-se o Sol, com a finalidade de determinar a latitude, conforme esquema abaixo (a observação deu-se ao norte do zenite).

Dados:

Para a determinação de pz, observou-se:

No início das observações CE = 88^o 26' 06,4"

CD = 271^o 34' 17,3"

No final das observações CE = 88^o 26' 08,0"

CD = 271^o 34' 03,8"

Observação ao Sol

z' = 38^o 03' 24"

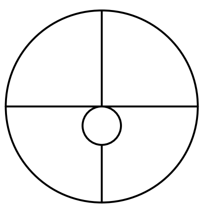
Hl = 12h 32min

P_i = 968mmbar

T_i = 29^oC

P_f = 961mmbar

T_f = 31^oC



Dados das efemérides:

$\delta_{5/08}$= 17° 04' 58,1"

$\delta_{6/08}$= 16_o 48' 43,0"

p_o = 8,67"

SD = 15' 47,48"

Cálculos:

Cálculo de pz $$pz_i = 180^o - \frac{(88^o 26'06{,}4'' + 271^o 34'17{,}3'')}{2}$$

pz_i = -11,85"

$$pz_f = 180^o - \frac{(88^o 26'08{,}0'' + 271^o 34'03{,}8'')}{2}$$

pz_f = -5,90"

pz instrumental médio pz_m= (pz_i+pz_f)/2

pz_m= -8,9"

Cálculo da Refração atmosférica

T_m = (29°C + 31°C) / 2

T_m = 30°C

P_m = (968 $_{mmbar}$ + 961$_{mmbar}$) / 2

P_m = 964,5 $_{mmbar}$

$$R'' = 16{,}27''\ tg\ 38^o 03'24''\ \frac{964{,}5}{273{,}16 + 30}$$

R" = 40,52"

Cálculo da paralaxe

p = 8,67" sen (38° 03' 24")

p = 5,34"

Cálculo da zenital corrigida

$z = 38^{\circ} 03' 24'' – 5{,}34'' + 40{,}52'' + 15' 47{,}48'' - 8{,}9''$

$z = 38^{\circ} 19' 37{,}76''$

Interpolação da declinação do Sol

$\Delta\delta = (16^{o}48'43''-17^{\circ}04'58{,}1'') / 24h$

$\Delta\delta = -40{,}62\ ^{''/h}$

$\delta = 17^{\circ}04'58{,}1'' + [(12h\ 32min + 3) (-40{,}62'')]$

$\delta = 16^{\circ}54'26{,}98''$

Cálculo da latitude

$\varphi = 16^{\circ}54'26{,}98 – 38^{\circ}19'37{,}76''$

$\varphi = -21^{\circ}25'10{,}77''$

12.2 Determinação da longitude pelo método das distâncias zenitais do Sol

A determinação da longitude é, em última análise, a determinação da hora local, pois, a diferença de horas entre o meridiano local e o de Greenwich nos fornece a longitude do lugar. A hora de Greenwicvh é obtida através da recepção de sinais horários.

$$\lambda = S – S_G = V – V_G = M - M_G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9.10)$$

Onde,

S – hora sideral local;

S_G – hora sideral de Greenwich (no mesmo instante físico);

V – hora veradeira local;

V_G – hora veradeira de Greewich (no mesmo instante físico);

M – hora média local; e

M_G – hora média de Greenwich (no mesmo instante físico).

Na determinação da longitude por observação ao Sol, utiliza-se

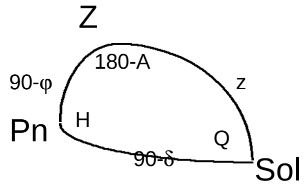
$\lambda = M - M_G$ . . . . (9.10)

A obtenção de M_G é um processo relativamente fácil, utilizando-se de um rádio receptor, determina-se o estado do relógio. Assim, a hora média de Greenwich (no mesmo instante físico da observação ao Sol) é determinado por

$M_G = Hl + F$ . . . . (9.5)

pois, sabe-se que a hora média de Greenwich é determinada pelo meridiano central do fuso que contém o observatório de Greenwich. Assim, a hora legal de Greenwich coincide com sua hora legal. As emissoras de rádio retransmitem a hora do Tempo Universal, que por sua vez coincide com a hora média (a menos do ΔT). Assunto este já visto em Tempo em Astronomia.

Utilizando-se da Trigonometria Esférica e do triângulo de posição, pode-se determinar o ângulo horário quando o Sol atinge a distancia zenital (z), conforme segue:



(6.5)

$$\cos z = \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H$$

ou . . . . .

(12.4)

$$\cos H = \frac{\cos z - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi \cos\delta}$$

Dada a expressão acima (04), a determinação do ângulo horário do Sol é em função da distância zenital z (qualquer). Assim, a partir da distância zenital z, calcula-se o ângulo horário H, e a partir do ângulo horário H calcula-se a hora verdadeira (V = H + 12h). De posse da hora verdadeira calcula-se a hora média, e a partir desta determina-se a longitude.

Assim, este método consiste na obtenção da hora média do meridiano do observador e sua comparação com a hora média de Greenwich no mesmo instante físico. O procedimento de campo consiste em medir o instante cronométrico no momento em que o Sol “cruza” o retículo médio na distância zenital z. A partir do instante cronométrico calcula-se a hora legal local Hl (corrigindo o instante cronométrico do estado do relógio) e a partir da hora legal calcula-se a hora média de Greenwich M_G= Hl + F.

A distância zenital observada deve ser corrigida dos efeitos da refração astronômica, da paralaxe, do semi-meridiano do Sol e do ponto zenital pz.

Na equação 04 há duas raízes que satisfazem **+**H e **–**H. O valor ***negativo*** corresponde às observações ao Sol, quando este está a ***leste*** do meridiano local (observações realizadas no período da manhã) e o valor ***positivo*** são utilizados quando a observação ao Sol dá-se a ***oeste*** do meridiano local (observações realizadas a tarde).

Seqüência de cálculo

- Inicialmente, calcula-se a zenital corrigida (esta será utilizada na equação 04);
- Interpolação da declinação do Sol, para o instante da observação;
- Cálculo da hora verdadeira local;
- Cálculo da equação do tempo;
- Cálculo da hora média local;
- Cálculo da hora média de Greenwich; e
- Cálculo da longitude.

Viu-se nas circunstâncias favoráveis para a determinação da longitude, que o momento mais propício a determinação da longitude é quando o astro encontra-se nas proximidades do primeiro vertical, a condição para que o astro passe pelo primeiro vertical é $|\delta| < |\varphi|$. O Sol sendo um astro errante, sua declinação varia durante o ano, de aproximadamente $-23^{\circ}07'$ à $+23^{\circ}07'$, o que implica em dizer que não é durante o ao todo que o Sol passa pelo primeiro vertical. Quando o astro está próximo ao primeiro vertical, sua velocidade zenital é máxima, o que implica em dizer que é a situação que a influência de um erro distância zenital será mínimo na determinação do ângulo horário do Sol. Observa-se também que refração astronômica (que é máxima quando o astro está no horizonte) e mínima quando o astro esta culminando. E que a pior situação para a determinação do ângulo horário do Sol em função da distância zenital é quando este está em sua passagem meridiana. Diante do exposto, e por tratar-se de determinação expeditas, aconselha-se observar o Sol quando este encontrar-se afastado duas horas do meridiano local e 2 horas do horizonte (aproximadamente entre 8h 30min e 10h 30min e no período da tarde entre 2h 30min 3 4h 30min).

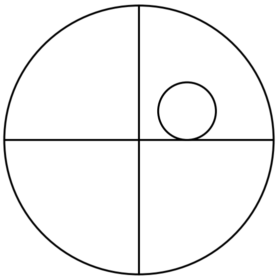
Exemplo

Observou-se o Sol, para fins de determinação da longitude, conforme esquema abaixo:

Hora Legal	distancia zenital	temperatura ºC	pressão mmbar
10h 35min 02s	14° 23' 39,0"	22,5	898

dados:

F = 3
latitude 20° 45' 20"S
declinação do Sol 15° 30' 37"S
variação horária da declinação -45,9"/h
equação do tempo 16min 24,3s
variação horária da equação do tempo -0,05 s/h
semi diâmetro do Sol 16' 09,4"



paralaxe horizontal do Sol 8,79"

pz instrumental 6"

Cálculos

-correção da distância zenital

. refração astronômica

$$R'' = 16{,}27''\ tg 14^o 23'39{,}0'' \frac{898}{(22{,}5 + 273{,}16)}$$

R" = 12,68"

. paralaxe p = 8,794" sen 14°23'39,0"

p = 2,19"

. pz = 6"

. distância zenital corrigida

z = 14°23'39,0" – 2,19" + 12,68" – 16'09,4" + 6"

z = 14° 07' 46,09"

-interpolação da declinação

δ = -15°30'37" + [(10h 35min 02s + 3) x (-45,9"/h)]

δ = -15° 41' 00,5"

- cálculo do ângulo horário do Sol

$$\cos H = \frac{\cos(14^o 07'46{,}09'') - \text{sen}(-20^o 45'20'')\,\text{sen}(-15^o 41'00{,}5'')}{\cos(-20^o 45'20'')\cos(-15^o 41'00{,}5'')}$$

cos H = 0,970 745 241

H = 13° 53' 35,29"

H = 0h 55min 34,35s , a observação deu-se no período da manhã, então,

H = -0h 55min 34,35s

- cálculo da hora verdadeira

  V = 12h – 0h 55min 34,35s

  V = 11h 04min 25,64s

- cálculo da hora média local no instante da observação

  M = V – [E_o + (Hl + F) ΔE_o]

  M = 11h 04min 25,64s - [16min 24,3s + (10h 35min 02s + 3h) (-0,05$^{s/h}$)]

  M = 10h 48min 02,01s

- cálculo da hora média de Greenwich no instante da observação

  M_G = 10h 35min 02s + 3h

  M_G = 13h 35min 02s

- cálculo da longitude

  λ = 10h 48min 02,01s - 13h 35min 02s

  λ = -2h 46min 59,98s

12.3 Determinação do azimute por distâncias zenitais do Sol

Determinar o meridiano (azimute) significa materializar no terreno a linha norte-sul verdadeira (meridiano). Na realidade não há a necessidade de se materializar no terreno a direção norte-sul, é mais comum e prático determinar o ângulo que o meridiano forma com uma direção definida no campo (azimute da mira).

Na determinação do azimute de uma mira, o astro porta-se como um alvo no qual eu "conheço" seu azimute. A questão praticamente se resume em transportar o azimute do astro para a mira (transporte de azimute), onde, o azimute do astro é determinado em função da distância zenital observada (e corrigida). Então, deduz-se que ao observar o astro, tem-se que simultaneamente determinar os ângulos horizontal e distância zenital do astro. Pois com a distância zenital determina-se o azimute do astro (comparando com o transporte de azimute topográfico, o astro seria o azimute à ré, o qual vou transporta-lo ao ponto da vante).

A figura abaixo nos proporciona a visualização esquemática do azimute do astro AM, azimute da mira AM, leitura do ângulo horizontal da mira L_M e leitura do ângulo horizontal do astro L_A.

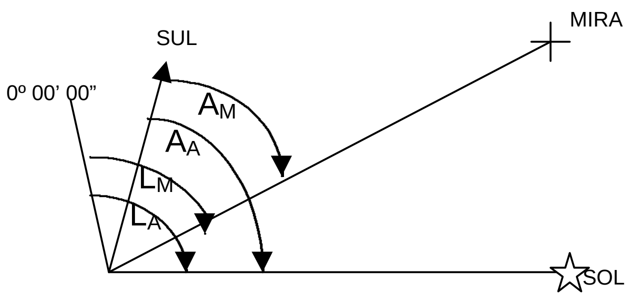


Figura 38 – Azimute da mira

Da Figura 38, tem-se:

$$A_{MIRA} = A_{SOL} - (L_{SOL} - L_{MIRA}) \qquad (12.5)$$

ou

$$A_{MIRA} = A_{SOL} + L_{MIRA} - L_{SOL} \qquad (12.6)$$

O azimute do astro pode ser calculado, conforme segue,

com auxilio do triângulo de posição e da trigonometria esférica, tem-se:

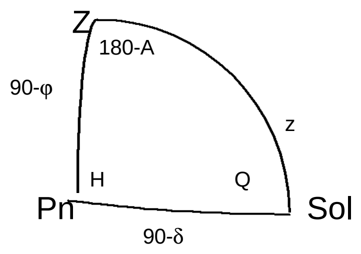


Figura 39 – Triângulo de posição

$$\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} \varphi \cos z - \cos \varphi \operatorname{sen} z \cos A \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.1)$$

$$\cos A = \frac{\operatorname{sen}\varphi \cos z - \operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi \operatorname{sen} z} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.7)$$

O estudo das circunstâncias favoráveis à determinação do azimute, viu-se que a posição mais favorável é observar o astro próximo a sua elongação. Porém, devido às mesmas explicações da determinação da longitude, as determinações do azimute também devem ser realizadas no horário entre 8h 30min e 10h 30min para as observações realizadas no período da manhã e das 14h 30min às 17h para as observações realizadas no período da tarde.

Operações de campo

- Instala-se e nivela o teodolito e determina o pz instrumental;
- Faz-se a pontaria para a mira na qual quer se determinar o azimute, faz-se a leitura do ângulo horizontal (azimutal), não importando com a posição do zero do limbo horizontal.
- Faz-se a pontaria ao Sol, fazendo a dupla tangência dos retículos horizontal e vertical;
- No instante em que o Sol tangenciar simultaneamente os retículos vertical e horizontal, faz-se as leituras da hora legal, da pressão, da temperatura, do ângulo horizontal e do ângulo vertical (para minimizar o efeito da refração, evitar observações nas primeira horas da manhã ou nas últimas da tarde);
- Visar novamente a mira e fazer a leitura do ângulo horizontal; e
- Comparar as leituras observadas da mira no início das observações e das observadas no final das observações.

Seqüência de cálculos

. correção do semi-meridiano do Sol no ângulo horizontal (L_{SOL})

$$L_{SOL} = L'_{SOL} \pm \frac{SD}{\text{sen}\, z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.8)$$

. correção da zenital observada

$$z = z' - p + R \pm SD + pz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.12)$$

. interpolação da declinação

$$\delta = \delta_o + (Hl + F)\Delta\delta_o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.21)$$

. cálculo do azimute do Sol

$$\cos A = \frac{\text{sen}\,\varphi \cos z - \text{sen}\,\delta}{\cos\varphi\, \text{sen}\, z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.7)$$

. cálculo do azimute da mira

$$A_{MIRA} = A_{SOL} + L_{MIRA} - L_{SOL} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.6)$$

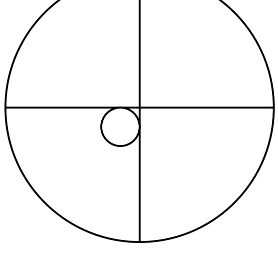
. cálculo do erro médio quadrático da média

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v v}{n(n-1)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.8)$$

exemplo

Com a finalidade de se determinar o azimute de uma direção, visou-se o Sol, conforme esquema abaixo,

Local F = 3h
latitude $-20^{o}\ 45'\ 20''$
$\delta_o = 20^{o}\ 04'\ 16''$
$\Delta\delta_o = 30{,}9^{''/h}$
SD = 15’ 49,7”



p_o = 8,794"
p_z = -4,08"

Visada à mira CE 95° 32' 54"

HI	leitura horizontal	leitura zenital	temperatura	pressão
14h 28min 00s	186°36' 22"	48°32' 23"	12 °C	924 mmbar

-calculos

.cálculo da distância zenital

p = 6,59"

R" = 59,67"

z = 48° 49' 01,70"

.interpolação da declinação

δ = 20° 13' 15,72"

.azimute do Sol

A_{SOL} = 145° 21' 21,82"

Ps. A observação foi realizada no período da tarde, então o azimute do Sol será do primeiro ou segundo quadrante.

.cálculo de L_{SOL} e L_M

L_M = 95° 32' 54"

L'_{SOL}= 186° 36' 22"

$$L_{SOL} = 186^o 36'22'' \pm \frac{15'\ 49,7''}{\operatorname{sen} 48^o 49'09,86}$$

L_{SOL} = 186° 15' 20,17"

. cálculo do azimute da mira

$A_M = A_{SOL} + L_M - L_A$

A_M = 54° 38' 55,65".

13 DETERMINAÇÕES DE PRECISÃO

Determinação da latitude

Conforme já visto, a circunstância favorável para a determinação da latitude é observar o astro na passagem meridiana. Assim sendo, serão apresentados métodos de determinação da latitude por observação às estrelas na passagem meridiana.

13.1 Determinação da latitude pelo método da passagem meridiana de uma estrela

Este método de determinação da latitude, basicamente, consiste em observar a estrela na passagem meridiana (culminação), e nessa passagem medir sua distância zenital.

Na passagem meridiana, conforme vimos, tem-se:

$$z = \pm(\varphi - \delta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.7)$$

onde, na dupla raiz, utiliza-se o sinal que torna positiva a distância zenital, se o valor (φ - δ) for negativo, significa que a passagem meridiana da estrela dá-se ao norte do zênite, caso contrário, a passagem dá-se ao sul do zênite. Assim, tem-se:

. Para estrelas que culminam ao norte do zênite tem-se:

$$z_n = -(\varphi - \delta) \text{ , ou } . \qquad (13.1)$$

$$\varphi = \delta_n - z_n \quad . \quad . \qquad (13.2)$$

. Para estrelas que culminam ao sul do zênite, tem-se:

$$z_s = +(\varphi - \delta) \text{ , ou } . \qquad (13.3)$$

$$\varphi = \delta_s + z_s \quad . \quad . \qquad (13.4)$$

lista de estrelas

Para efetuar as observações às estrelas, deve-se ter em mãos uma listagem de estrela que "atendam" ao método. Esta lista de estrelas também é denominada de *programa de observações*. Este programa de observações deve conter os elementos de calagem das estrelas (Hl, A, z).

Para a elaboração da lista de estrelas, faz-se necessário o conhecimento aproximado das coordenadas do ponto e do meridiano local.

Procedimento para a elaboração da lista de estrelas:

1 – Determinada a hora legal do início das observações, calcula-se a hora sideral correspondente ao início das observações (S_i);

$$S_i = S_0 + \lambda_0 + (Hl + F)1{,}002737909 \quad . \quad . \quad . \qquad (9.20)$$

Na passagem meridiana, as estrelas (astros fixos) possuem:

$$H = 0\,h \quad \Rightarrow \quad S = \alpha$$

Na passagem meridiana superior, tem-se:

$$S = \alpha \qquad e \qquad z = \pm(\varphi - \delta)$$

Calculada a hora sideral do início das observações, com auxilio de um catálogo de estrelas (efemérides astronômicas), escolhe-se as estrelas que possuem ascensão reta maior que a hora sideral do início das observações

$$\alpha > S_i$$

e calcula-se a distância zenital das estrelas que atendam ao pré-requisito acima.

Das estrelas selecionadas no programa de observação, calcula-se a hora legal correspondente à hora sideral (igual a ascensão reta da estrela). É mais prático e usual, não calcular a hora legal correspondente à sideral, e sim calcular o quanto a hora sideral está adiantada ou atrasada em relação a hora legal; determinado a diferença do horário entre o tempo sideral e o tempo legal (ΔT), em um relógio auxiliar (relógio piloto) adianta-se ou atrasa-se desta quantidade ΔT. Realizado esta operação, o relógio piloto estará marcando, aproximadamente, o tempo sideral.

n^{o} Estrela	Brilho	Hl ou α	z_o	Az. (S/N)	z'	P mbar	T^oC

Operações de campo

- Instala-se e nivela-se o teodolito (deve-se realizar o nivelamento com todo o cuidado possível, pois o erro devido ao mal nivelamento do aparelho refletirá em um erro na determinação da latitude de um valor igual ao do mal nivelamento) sobre o ponto;
- Faz-se a orientação do teodolito, ou seja, faz com que o eixo de colimação da luneta do teodolito fique paralelo ao meridiano local. Este processo de orientação é executado conforme segue: Faz-se a pontaria a um alvo (mira) que se conheça o azimute, e em seguida registra-se no limbo horizontal do instrumento o valor do azimute da mira, assim o teodolito está orientado;
- Aproximadamente três minutos antes da passagem meridiana da estrela (prevista no programa de observação), registra-se no instrumento os elementos de calagem da estrela (azimute e distância zenital). Ficar atento, pois a estrela deve estar no campo ótico da luneta; e

- Verificado que a estrela "adentrou" no campo ótico da luneta, acompanha-se a mesma, apenas utilizando-se do parafuso de chamada vertical (retículo médio). No instante que a estrela "cruzar" o retículo vertical pára de fazer o acompanhamento da estrela e lê-se a distância zenital da estrela, pressão e temperatura.

Seqüência de cálculos

Para cada estrela, calcula-se:

. Refração astronômica

$$R'' = 16{,}271''\ \mathrm{tg}\, z' \ \frac{P_{mbar}}{T_{^oK}} \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11.10)$$

. z = z' + R" + p_z (o p_z instrumental deve ser conhecido);. . . . (13.5)

. interpola-se a declinação das estrelas observadas para o instante da observação;

. cálculo da latitude (para cada estrela observada);

$\varphi = \delta \pm z$ utiliza-se o sinal positivo para as estrelas observadas ao sul do zênite, e o sinal negativo para as estrelas observadas ao norte do zênite; e

. cálculo da média e erro médio quadrático da média

$$\overline{\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varphi_i}{n}$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{\sum vv}{n(n-1)}}$$

13.2 Determinação da latitude pelo método de Sterneck

Este método basicamente consiste em observar duas estrelas em suas passagens pelo meridiano, sendo uma ao norte e outra ao sul do zênite. Nessas passagens mede-se suas distâncias zenitais das estrelas.

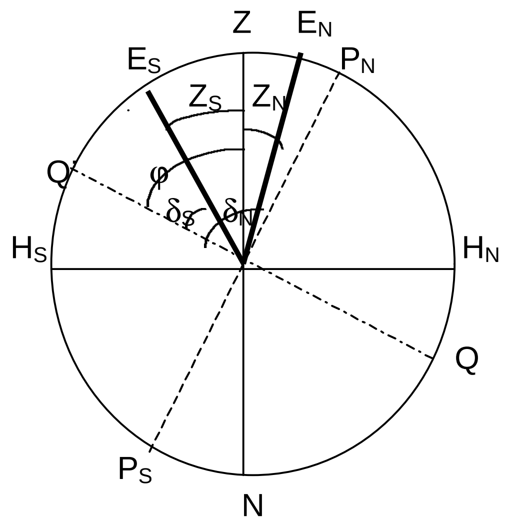


Figura 40 – Determinação da latitude por Sterneck

Na figura tem-se:

E_N – Estrela ao norte do zênite;

E_S – Estrela ao sul do zênite;

Z – Zênite;

N – Nadir;

P_S – Polo sul;

P_N – Polo norte;

QQ’ – Equador celeste;

φ -- Latitude do ponto;

z_S – Distância zenital da estrela ao sul do zênite;

z_N – Distância zenital da estrela ao norte do zênite;

δ_S – Declinação da estrela ao sul do zênite; e

δ_N – Declinação da estrela ao norte do zênite.

Observando a figura, tem-se:

$$\varphi = \delta_S + z_S \quad .$$

$$\varphi = \delta_N - z_N$$

Somando as expressões acima, tem-se:

$$\varphi = \frac{\delta_S + \delta_N}{2} + \frac{z_S - z_N}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (13.6)$$

Considerando as condições reais de observações, deve-se considerar, na distância zenital, a influência da refração astronômica e a influência do ponto zenital do instrumento (p_z). Tem-se então:

$$z_S = z'_S - p_Z + R_S \qquad (13.7)$$

. . . .

$$z_N = z'_N - p_Z + R_N \qquad (13.8)$$

Onde:

z'_S – Leitura da distância zenital da estrela ao sul do zênite;

z'_N – Leitura da distância zenital da estrela ao norte do zênite;

p_z – Ponto zenital do instrumento;

R_S – Refração astronômica da estrela ao sul do zênite; e

R_N – Refração astronômica da estrela ao norte do zênite.

Substituindo as equações 12 na equação 11, tem-se:

$$\varphi = \frac{\delta_S + \delta_N}{2} + \frac{z'_S - z'_N}{2} + \frac{R_S - R_N}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (13.9)$$

Esta é a expressão que nos fornece a latitude do ponto pelo método de Sterneck.

A maior influência dos erros sistemáticos na determinação da latitude deve ao fato da refração astronômica não ser perfeitamente conhecida. No método de Sterneck, utiliza-se a diferença da influência causada pela refração atmosférica. Então, na expressão que corrige o p_z, e a refração, um par de estrelas é observado com a mesma distância zenital (z'), vê-se que o último termo da expressão se anulará, pois a influência da refração astronômica da estrela ao sul do zênite será a mesma da estrela ao norte.

Em determinações astronômicas da latitude, o caso acima dificilmente ocorre. Então para minimizar estas influências, visando obter resultados de alta precisão, , algumas restrições são impostas ao método. Tais restrições são:

1 – As distâncias zenitais observadas, preferencialmente deve ser menor que 45^o;

2 – A diferença entre as distâncias zenitais das estrelas de cada par não deve exceder 15^o;

3 – O intervalo de tempo decorrido, entre a observação da estrela ao sul e da estrela ao norte do zênite, não deve exceder a 20 minutos; e

4 – Deve-se observar 3 grupos de estrelas, onde cada grupo de estrelas contém 8 estrelas (quatro pares).

Elaboração do programa de observação

A elaboração da lista de estrelas, devem ser consideradas as restrições impostas ao método (isto com a finalidade de alcançar resultados de precisão). Para o caso, faz-se necessário o conhecimento aproximado das coordenadas da estação onde serão efetuadas as observações, ou seja, a latitude, a longitude e o meridiano local.

Calculada a hora sideral do início das observações (equação 04), escolhe-se em um catálogo de estrelas, estrelas que possuam ascensão reta maior que esta hora calculada, pois a ascensão reta é igual, em valor numérico, à hora sideral em que a estrela cruza o meridiano local.

. *Cálculo da distância zenital*

Para que a distância zenital a ser observada seja menor que 45^o, utilizando-se das equações abaixo, tem-se:

$$\delta_S > \varphi_o - 45^o$$

e

$$\delta_N < \varphi_o + 45^o$$

Onde, φ_o é a latitude da estação.

Calculado os limites de declinação das estrelas, escolhe-se no catálogo estrelar, as estrelas que estejam neste intervalo de declinação. Deve-se estar atento para que todas as condições (01, 02 e 03) sejam satisfeitas simultaneamente.

Operações de campo

Estando o instrumento (teodolito) instalado e nivelado sobre o ponto, faz-se a orientação do mesmo, ou seja, o eixo de colimação do teodolito paralelo ao meridiano local. Para que possam ser alcançados resultados de precisão, a orientação do instrumento pode ter um erro máximo de 3' (três minutos de arco).

Em um relógio auxiliar, aqui denominado de relógio piloto, no instante da hora legal do início das observações, registra-se a correspondente hora sideral. No início e no término das observações de cada grupo de estrelas, fazer as leituras de pressão e temperatura. Aproximadamente 3 minutos antes da hora sideral (prevista para observação da primeira estrela), a estrela deve "adentrar" no campo ótico da luneta. Acompanha-se a estrela, de maneira que a mesma fique sobre o retículo médio horizontal, no instante em que a estrela "cruzar" o retículo vertical, anota-se a distancia zenital. Repete este procedimento para cada estrela a ser observada. Note: na equação 13 não há a necessidade do conhecimento do p_z instrumental, pois ao efetuarmos a subtração (z'_S-z'_N), o p_z sendo independe da estrela a ser observada, desaparece.

Cálculo

- Inicialmente, faz-se a interpolação da declinação de todas as estrelas observadas;
- Cálculo da refração astronômica das estrelas (para cada estrela);
- Cálculo da latitude para cada par de estrelas;
- Cálculo da média aritmética das latitudes e erro médio quadrático da média para cada grupo de estrelas observadas; e
- Cálculo da média aritmética e erro médio quadrático dos grupos de estrelas.

Exemplo 01

Elaboração do programa de observação para a determinação da latitude pelo método de Sterneck em 16/junho/99, pretende-se iniciar as observações às 18 horas. Sabe-se que a latitude aproximada da estação é 22^oS.

calculo da hora sideral do início das observações

Do anuário, tem-se que a hora sideral às zero horas do tempo universal é:

S_o = 17h 35min 16,9s

Hl = 18h

longitude aproximada 3h 25min W

$S_i = S_0 + \lambda_0 + (Hl + F)1{,}002737909 \qquad \Rightarrow \quad S_i = 11h\ 13min\ 43{,}88s$

assim, tem-se que a diferença entre a hora sideral e a hora legal do início das observações é 6h 46min 16,11s, ou seja, o tempo legal está adiantado de 6h ... do tempo sideral. Assim, apenas para fins de localização (pontaria) às estrelas, em um relógio auxiliar, subtrai-se a quantidade de 6h 46min (este relógio estará “marcando” a hora sideral aproximada das observações. (note que marcha do tempo sideral é diferente da marcha do tempo médio, então adota-se este procedimento apenas com a finalidade de pontaria às estrelas).

cálculo do limite de declinação

Com auxílio das equações $\delta_S > \varphi_o - 45^o$ e $\delta_N < \varphi_o + 45^o$, tem-se:

limite da declinação das estrelas ao sul do zênite

$$\delta_S > -22^o - 45^o$$

$$\delta_S > -77^o$$

$$-77^o < \delta_S < -22^o$$

limite da declinação das estrelas ao norte do zênite

$$\delta_N < -22^o + 45^o$$

$$\delta_N < 23^o$$

$$-22^o < \delta_N < 23^o$$

Na Efemérides Astronômicas, encontra-se a estrela 422 (Delta Leo) que possui ascensão reta maior que a hora sideral do início das observações

α = 11h 14min 03s   e declinação de $20^o\ 31'\ 40''$ .Esta estrela culminará ao norte do zênite com distância zenital

$$z = \pm(\varphi - \delta)$$

$$z = \pm(-22^o - 20^o 32')$$

$$z = -(-42^o\ 32') \Rightarrow \text{NORTE}$$

A próxima estrela que culminará ao Sul será a 428 (Pi Cen) com α = 11h 20min 58s e declinação -54° 28' 50". A diferença de ascensão reta entre as estrelas é de 06min55s (isto nos "diz" que culminarão com intervalo de tempo de aproximadamente 07 min, é um tempo inferior a 20 min, portanto atende a condição 03 e também é um tempo suficiente para preparar o instrumento para a observação da segunda estrela).

Cálculo da distância zenital da Segunda estrela

$$z = \pm(\varphi - \delta)$$

$$z = \pm[-22^{o} - (-54^{o}29')$$

$$z = \pm(32^{o}29') \Rightarrow \text{SUL}$$

nº Est.	par	Brilho	Hl ou α	z_o	Az. (S/N)	z'	P mbar	T°C
422	01	2,5	11h 14min	-42° 32'	180°			
428	01	4,2	11h 21min	32° 29'	0°			
431								
436								

Exemplo 02

Observou-se as estrelas acima, conforme segue:

nº Est.	par	Brilho	Hl ou α	z_o	Az. (S/N)	z'	P mbar	T°C
422	01	2,5	11h 14min	-42° 32'	180°	42° 39' 33,5"	958,6	19,8
428	01	4,2	11h 21min	32° 29'	0°	32° 22' 12,0"	958,6	19,8

Cálculo da latitude

$$\varphi = \frac{-54^{o}29'29{,}86''+20^{o}31'45{,}73''}{2} + \frac{32^{o}22'12{,}0''-42^{o}39'33{,}5''}{2} + \frac{33{,}75'' - 49{,}06''}{2}$$

φ = -16°58'52,06 + (- 5°08'40,75") + (-7,665")

φ = -22° 07' 40,47"

O passo seguinte seria o cálculo da média da latitude de todo o grupo (no exemplo, consta apenas um par de estrelas).

Exercício: Elaborar um programa de observação para hoje.

13.3 Determinação da longitude

Longitude astronômica de um lugar é o ângulo entre o plano do meridiano astronômico deste lugar e o plano do meridiano astronômico médio de Greenwich, medido sobre o plano do equador.

Conforme assunto já estudado, a longitude de uma estação é dada por:

$\lambda = H - H_G$ (H representando hora astronômica local e H_G de Greenwich)

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= S - S_G \\ \lambda &= V - V_G \\ \lambda &= M - M_G \end{aligned}\right\} \qquad (9.10)$$

Onde,

S – hora sideral local;

S_G – hora sideral de Greenwich (no mesmo instante físico);

V – hora verdadeira local;

V_G – hora verdadeira de Greewich (no mesmo instante físico);

M – hora média local; e

M_G – hora média de Greenwich (no mesmo instante físico).

Determinação da longitude pelo método da massagem meridiana

Já estudado, que o astro na passagem meridiana superior possui ângulo horário nulo e na passagem meridiana inferior possui ângulo horário 12 horas (H=0h ou H=12h).

Com uso da fórmula fundamental da astronomia de posição

$S = \alpha \pm H$, tem-se que a hora sideral local da passagem meridiana do astro será:

$S = \alpha$, ou

$S = \alpha + 12h$.

Assim, no exato momento da passagem meridiana do astro, o estado do cronômetro (E) será:

$$E = \alpha - T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.10)$$

ou

$$E = \alpha + 12h - T \quad \text{(onde T representa o instante cronométrico).} \quad . \quad . \quad (13.11)$$

Já vimos que a longitude λ é dada por diferença de horas astronômica local e de Greenwich:

$$\lambda = H_l - H_G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.12)$$

Viu-se também que estado cronométrico (E) é dado por

$$E = H_l - T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.13)$$

Estado relativo (E_G)

$$E_G = H_G - T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.14)$$

Isolando H_l e H_G, respectivamente em (13.13) e (13.14),

$$H_l = E + T$$

$$H_G = E_G + T$$

Substituindo em (13.12), tem-se:

$$\lambda = (E + T) - (E_G + T), \text{ ou} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.15)$$

$$\lambda = E - E_G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.16)$$

Ou seja, a longitude também é diferença entre o estado absoluto (E) e o estado relativo (E_G).

Este método consiste em se obter o instante cronométrico T no exato momento em que o astro passa pelo meridiano.

O estado absoluto pode ser obtido por (13.10) ou (13.11), o estado relativo (E_G) é obtido através dos sinais horários.

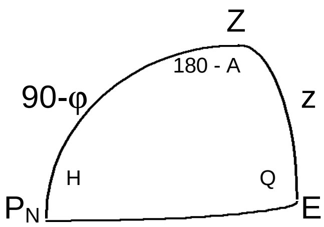
O método requer o conhecimento do meridiano com precisão. Normalmente isto não acontece na Astronomia de Posição. O método da *passagem meridiana*, usualmente é utilizado nas Astronomia Geodésica (Alta Precisão). Mas, desejando-se determinar a longitude por este método, com a finalidade de minimizar a influência da má orientação do aparelho, observa-se grupos de estrela que são formados por um número igual de estrela que tenham passagem meridiana ao sul e estrelas com passagem meridiana ao norte do zênite.

13.4 Determinação da longitude por observação de estrelas em uma posição qualquer, também denominado por Método das Distâncias Zenitais Absolutas

Conforme estudado em *Circunstâncias Favoráveis às Determinações Astronômicas*, a circunstância favorável à determinação da longitude (do ângulo horário) em função da distância zenital do astro, é que o mesmo esteja nas proximidades do primeiro vertical (A = 90^o ou A = 270^o).

Vimos que podemos obter a hora sideral, calculando-se o ângulo horário do astro e somando-se com a sua ascensão reta ($S = \alpha + H$). O método de determinação da longitude por distâncias zenitais absolutas consiste em se media a distância zenital do astro e calcular o ângulo horário H.

No mesmo instante em que se visa o astro para ler a distância zenital, faz-se a cronometragem para se obter o instante cronométrico (T)



Aplicando a fórmula dos quatro elementos no triângulo de posição, tem-se:

$$\cos z = \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H \qquad (6.5)$$

ou . . . . .

$$\cos H = \frac{\cos z - \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \qquad (12.4)$$

O cálculo da hora sideral local é dada por: $S = \alpha + H$ (lembrando que estrelas a leste do meridiano local possui ângulo horário negativo). A hora sideral de Greenwich é dada por:

$$S_G = S_o + (Hl + F)\ 1{,}002\ 737\ 909 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (13.17)$$

$$\lambda = S - S_G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9.10)$$

Elaboração da lista de estrelas

Já vimos que no primeiro vertical,

$$\cos z = \frac{\operatorname{sen}\delta}{\operatorname{sen}\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.24)$$

e

$$\cos H = \frac{\text{tg}\,\delta}{\text{tg}\,\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.25)$$

Com uso das equações acima, elabora-se uma lista de estrelas.

Operações de Campo

1 – Sintoniza-se uma emissora que retransmita sinais horários e determina-se o estado do cronômetro;

2 – Instala e orienta-se o teodolito;

3 – Se possuirmos uma lista de estrelas, registra-se os elementos de calagem da estrela. Caso não possuamos a lista de estrelas, faz-se a pontaria a uma estrela "conhecida";

4 – Estando a estrela no campo ótico da luneta, determina-se os instantes cronométricos em que a estrela cruze os cinco fios (retículos) horizontais; e

5 – Anota-se a distância zenital, pressão e temperatura.

Seqüência de cálculos

a – Hora legal (correspondente ao instante cronométrico T);

b – Zenital corrigida de p_z e refração atmosférica;

c – Interpolação da ascensão reta e declinação da estrela para o instante da observação;

d – Cálculo do ângulo horário da estrela;

e – Cálculo da hora sideral local;

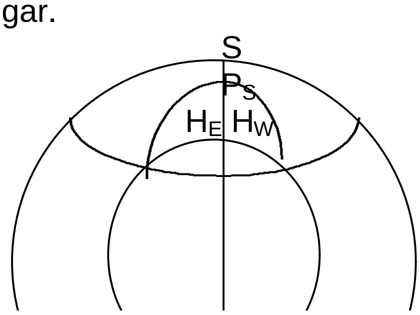
f – Cálculo da hora sideral de Greenwich;

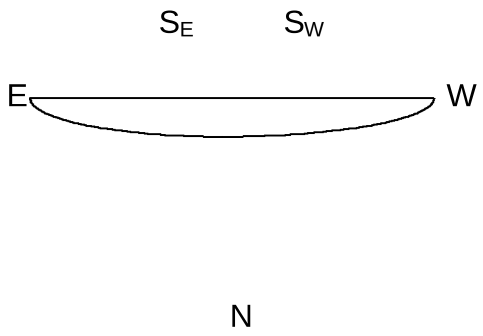
g – Cálculo da lontitude; e

h – Cálculo da média e erro médio quadrático da média.

13.5 Determinação da longitude pelo método das alturas iguais de uma mesma estrela

Este método consiste em cronometrar os instantes das passagens, de uma mesma estrela, pelo mesmo almicantarado (círculo de igual altura). São anotados os intantes cronométricos T_E e T'_W em que a estrela passa pelo almicantarado à leste e a oeste do meridiano do lugar.





- Considerando:

. T_E – instante cronométrico da estrela a leste do meridiano; e

. T'_W – instante cronométrico da estrela a oeste do meidano.

O instante cronométrico T_W (instante cronomético da estrela a oeste do meridiano corrigido da marcha do cronômetro)

$$T_W = T'_W + m\,(T'_W - T_E) \qquad (13.18)$$

Sabe-se que:

$$S_E = T_E + E = \alpha - H_E \qquad (13.19)$$

$$S_W = T_W + E = \alpha + H_W \qquad (13.20)$$

Somando-se as equações acima, e considerando que o ângulo horário da estrela a leste e a oeste do meridiano, em módulo possuem o mesmo valor $|H_E| = |H_W|$, tem-se:

$$E = \alpha - \frac{1}{2}\left(T_E + T_W\right) \qquad (13.21)$$

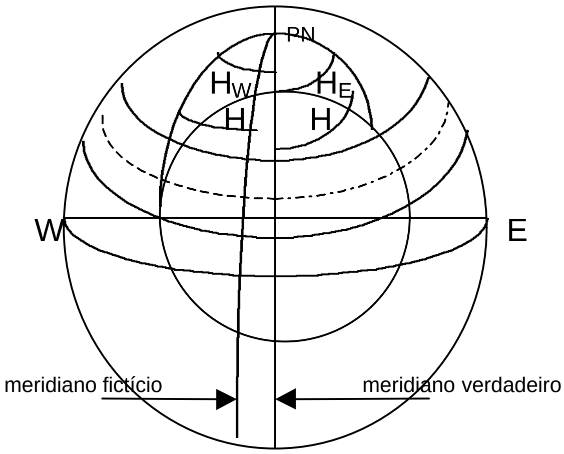
Este método é o, teoricamente, mais preciso na determinação do estado absoluto (E), pois não exige o conhecimento da latitude da estação, e nem o valor da declinação da estrela. O método apenas obriga que o astro seja observado à leste e a oeste do meridiano na mesma altura (ou mesma distância zenital).

Na prática, o processo apresenta o inconveniente, decorrente do longo espaço de tempo entre as duas observações [tempo decorrido para a estrela atingir a mesma altura a oeste do meridiano (2 x H)] as condições atmosféricas podem sofrer alterações (modificações das condições atmosféricas e também instrumentais).

13.6 Determinação da longitude pelo método de Zinger

Para eliminar o inconveniente do método das alturas iguais de uma estrela, Zinger (1874) apresentou a solução: "observar duas estrelas em suas passagens pelo mesmo almicantarado quase ao mesmo tempo (com diferença de alguns minutos uma a leste e outra a oeste do meridiano), sendo que estas estrelas devem estar o mais próximo possível do primeiro vertical".

Nas passagens pelo almicantarado, faz-se as cronometragens. Como no método das alturas iguais não se faz leituras dos ângulos o que elimina uma fonte de erro, razão pela qual este método foi um dos mais utilizados. Porém, para que se possa observar as duas estrelas é necessária a elaboração de um programa e este programa somente é possível ser possuirmos um catálogo de pares de estrelas (Catálogo de Zinger).



Seja um astro fictício de declinação

$$\delta = 0,5\ (\delta_E + \delta_W) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.22)$$

observados em posições simétricas em relação ao meridiano, com ângulo horário

$$H = 0{,}5\ (H_E + H_W) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13.23)$$

Cálculo do estado absoluto (E)

$$E = a + c - \frac{(T_E + T_W)}{2} - m\frac{(T_W - T_E)}{2} \qquad (13.24)$$

$$a = \frac{(\alpha_E - \alpha_W)}{2} \qquad (13.25)$$

$$b = \frac{(\delta_E + \delta_W)}{2} \qquad (13.26)$$

$$\beta = \frac{(\delta_E - \delta_W)}{2} \qquad (13.27)$$

$$\gamma = \frac{(T_E - T_W)}{2} - \alpha - m\frac{(T_W - T_E)}{2} \qquad (13.28)$$

$$c^s = \frac{\beta''}{15}\left(\frac{tg\varphi}{sen\,\gamma} - \frac{tg\,b}{tg\gamma}\right) \qquad (13.29)$$

$$\lambda = E - E_G \qquad (13.26)$$

$$E_G = UT1 - T \qquad (13.27)$$

Elaboração do programa de observação

Para a elaboração de programa, utiliza-se do catálogo de Zinger (este catálogo contém os pares de estrelas que passam pelo mesmo almicantarado próximo ao primeiro vertical, conforme exigência do método). Para as latitudes do Brasil, o Prof. Allyro Hugueney de Mattos elaborou um catálogo de estrelas que passam pelo primeiro vertical quase ao mesmo tempo. De posse deste catálogo, a elaboração do programa consiste apenas em atualizar os elementos de calagem das estrelas para a latitude na qual vai ser determinada a longitude.

Para elaborar o programa, fixa-se a hora legal aproximada em que pretende iniciar as observações. Transforma-se esta hora legal em sideral. Como os pares estão catalogados em ordem crescente de hora sideral S, escolhe-se um para cuja hora sideral é igual ou superior a hora sideral calculada. Como não pode-se observar duas estrelas no mesmo instante físico, observa-se a de leste três minutos antes e a de oeste três minutos após a hora catalogada.

13.7 Determinação do azimute

Determinar o meridiano (azimute) significa materializar no terreno a linha norte-sul verdadeira (meridiano). Na realidade não há a necessidade de se materializar no terreno a direção norte-sul, é mais comum e prático determinar o ângulo que o meridiano forma com uma direção definida no campo (azimute da mira), que em trabalhos de topografia é necessário para orientar cartas dos levantamentos além de outras aplicações.

Na determinação do azimute de uma mira, o astro porta-se como um alvo no qual eu "conheço" seu azimute. A questão praticamente se resume em transportar o azimute do astro para a mira (transporte de azimute), onde, o azimute do astro é determinado em função da distância zenital observada (e corrigida). Então, deduz-se que ao observar o astro, tem-se que simultaneamente determinar os ângulos horizontal e distância zenital do astro. Pois com a distância zenital determina-se o azimute do astro (comparando com o transporte de azimute topográfico, o astro seria o azimute à ré, o qual vou transporta-lo ao ponto da vante).

A figura abaixo nos proporciona a visualização esquemática do azimute do astro A_A, azimute da mira A_M, leitura do ângulo horizontal da mira L_M e leitura do ângulo horizontal do astro L_A.

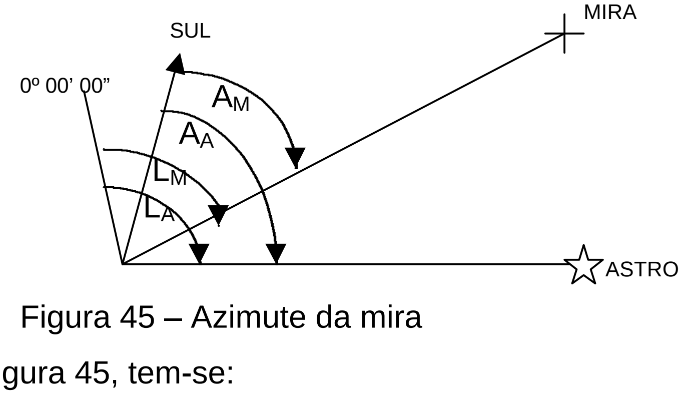


Figura 45 – Azimute da mira

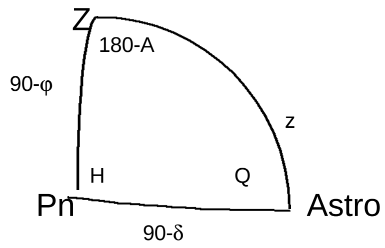
Da Figura 45, tem-se:

$$A_{MIRA} = A_{ASTRO} - (L_{ASTRO} - L_{MIRA}) \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.5)$$

ou

$$A_{MIRA} = A_{ASTRO} + L_{MIRA} - L_{ASTRO} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.6)$$

O azimute do astro pode ser calculado, conforme segue,
com auxilio do triângulo de posição e da trigonometria esférica, tem-se:



$$\text{sen}\,\delta = \text{sen}\,\varphi \ \cos z \ - \ \cos\varphi\ \text{sen}\,z \ \cos A \quad . \quad . \quad . \qquad (6.1)$$

$$\cos A = \frac{\text{sen}\,\varphi \cos z - \text{sen}\,\delta}{\cos\varphi\,\text{sen}\,z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.7)$$

$$\text{tg}\,A = \frac{\text{sen}\,H}{\text{sen}\,\varphi \cos H - \cos\varphi\ \text{tg}\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.7)$$

13.8 Determinação do azimute por distâncias zenitais absolutas de estrelas

Este método consiste em observar a distância zenital e o ângulo azimutal de uma estrela conhecida. Esta estrela deve estar “afastada” de pelo menos 2 horas do meridiano astronômico (H>2h).

$$\cos H = \frac{\cos z - \text{sen}\,\varphi\ \text{sen}\,\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12.4)$$

Procedimento para observação

Escolhida a estrela a ser observada (pode se com auxílio de uma Carta Celeste), preferencialmente com magnitude maior que 2 (quanto maior a magnitude “menor será a estrela”, consequentemente melhor será a pontaria).

A pontaria à estrela deve ser no cruzamento dos retículos, pois tem-se que determinar simultaneamente os ângulos vertical e horizontal (distância zenital z e leitura do astro L_A). Faz-se a leitura L_A, z, pressão, temperatura e hora legal da observação.

Realiza-se a pontaria para a mira, na qual deseja-se determinar o azimute, antes e após às observações às estrelas.

Elaboração do programa de observação

Neste método, deve-se apenas estar atento para que a estrela a ser observada esteja afastada de pelo menos duas horas do meridiano central, ou seja:

$2h < H < 10h$

ou

$14h < H < 22h$

$S = \alpha + H$

$S_1 = \alpha + 2 \Longrightarrow Hl_1$

$S_2 = \alpha + 10 \Longrightarrow Hl_2$ $\quad Hl_1 <$ horário da observação $< Hl_2$

$S_3 = \alpha + 14 \Longrightarrow Hl_3$ $\quad Hl_3 <$ horário da observação $< Hl_4$

$S_4 = \alpha + 22 \Longrightarrow Hl_4$

Seqüência de cálculos

. cálculo do p_z instrumental: $\quad p_Z = 180^o - \dfrac{CE + CD}{2}$;

. cálculo da refração astronômica $\quad R'' = 16{,}27 \ \text{tg}\, z' \dfrac{P_{mbar}}{T_{o_K}}$

. zenital corrigida $\quad z = z' + R + p_z$

. interpolação da declinação da estrela

. cálculo do azimute da estrela $\cos A = \dfrac{\operatorname{sen}\varphi \cos z - \operatorname{sen}\delta}{\cos\varphi \operatorname{sen} z}$

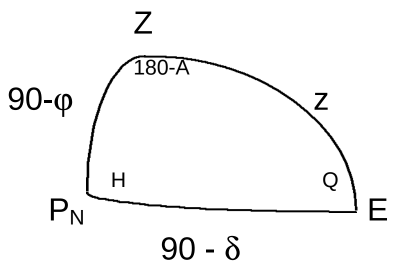
. cálculo do azimute da mira $A_{MIRA} = A_{ASTRO} + L_{MIRA} - L_{ASTRO}$

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum vv}{n(n-1)}}$$

. cálculo do erro médio quadrático da média $m = \pm\sqrt{\dfrac{\sum vv}{n(n-1)}}$

13.9 Determinação do azimute por estrelas em elongação

Um astro está elongando quando seu azimute passa por um máximo ou por um mínimo, ou seja, quando sua velocidade azimutal é nula (Q = 0^o). Conforme já vimos, a condição para que um astro elongue é que o mesmo possua o módulo da declinação maior que o módulo da latitude da estação $|\delta| > |\varphi|$, e para que o fenômeno seja visível (acima do horizonte) o observador e o astros devem pertencer ao mesmo hemisfério.



Aplicando a regra de Moudoit no triângulo retângulo, acima, tem-se:

$$\cos H = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.30)$$

$$\cos z = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.31)$$

$$\operatorname{sen} A = \frac{\cos\delta}{\cos\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (8.32)$$

Nas expressões acima, deve-se considerar a dupla raiz. Onde na fórmula última, utiliza-se o sinal negativo para as observações realizadas à leste do meridiano do observador o sinal positivo para as observações realizadas à oeste. Na expressão 8.32, considerar a raiz negativa para as observações realizadas à leste do meridiano do observador e positivo para as observações realizadas à oeste do meridiano do observador.

Ainda, na expressão 3.32, o azimute do astro sempre será do primeiro ou quarto quadrante, jamais será do terceiro ou do segundo quadrante, pois já vimos que astro que elonga não passa pelo primeiro vertical (A=90^o ou 270^o).

elaboração da lista de estrelas

Para observar estrelas em elongação, faz-se necessário a elaboração de uma lista de estrelas, e esta deve conter: n$^{\underline{o}}$ da estrela; brilho da estrela; sideral; distância zenital; e o azimute da estrela em elongação.

procedimento para observação

Na elongação, a estrela possui velocidade azimutal nula (assim, na elongação a estrela percorre o retículo vertical).

1 – Instala-se e nivela-se o teodolito;

2 – Orientar o instrumento;

3 – Apontar para a mira a fazer a leitura da mira L_M;

4 – Registrar no teodolito os elementos de calagem da estrela;

5 – Aproximadamente 3 minutos antes do horário previsto, a estrela deve "adentrar" no campo ótico da luneta;

6 – No horário previsto (quando a estrela cruzar o retículo horizontal) fazer com que o retículo vertical esteja sobre a estrela, fazer a leitura do ângulo azimutal L_A;

7 – Visar novamente a mira e fazer a L_M; e

8 – Repetir os passos 3, 4, 5, 6 e 7 para todas as estrelas observadas.

seqüência de cálculo

a – Interpolação da declinação da estrela observada para o horário das observação;

b – Cálculo do azimute da estrela (fórmula 8.32);

c – Cálculo do azimute da mira (fórmula 12.6);

d – Cálculo da média do azimute da mira; e

e – Cálculo do erro médio quadrático da média.

13.10 determinação do azimute por observação às estrelas em circum-elongação

Este método é semelhante ao da elongação, porém, não observa-se a estrela no instante da elongação, e sim momentos antes e momentos após a elongação, devido a este fato é que o método é denominado de circum-elongação. Pelo fato das estrelas serem observadas antes e depois da elongação, deve-se fazer pelo menos três observações antes da elongação e três após a elongação.

técnica do método

Consiste em observar uma estrela próxima da elongação, na observação registrar o instante cronométrico e o ângulo azimutal da estrela L_A.

procedimento de observação

1 – instala-se e nivela-se o teodolito;

2 – apontar para a mira e registrar o azimute aproximado da mira (orientar o teodolito);

3 – fazer a pontaria à mira, ler o ângulo horizontal da mira L_M;

4 – registrar no teodolito os elementos de calagem da estrela;

5 – aproximadamente 4 minutos antes da hora prevista, a estrela deverá “adentrar” no campo ótico da luneta;

6 – Faz-se a pontaria à estrela antes da elongação, observa-se o instante cronométrico no momento que a estrela “cruze” o retículo vertical. Após a elongação, faz-se novamente a pontaria à estrela e observa-se o instante cronométrico. O número de observação à estrela antes de sua elongação deve ser igual ao número de observação após sua elongação; e

7 - repetir os passos 3, 4, 5 e 6 para todas as estrelas observadas.

seqüência de cálculo

a – interpolação da declinação e ascensão reta da estrela observada;

b – cálculo do ângulo horário e azimute da estrela no instante da observação

$$S = S_o + (HI + F)\,1{,}002737909$$

$$S = \alpha + H \quad \Rightarrow \quad H = S - \alpha$$

$$tgA = \frac{senH}{sen\,\varphi\,cosH - cos\,\varphi\,tg\,\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.7)$$

c – cálculo do azimute da mira

$$A_M = A_A + L_M - L_A$$

d – cálculo do erro médio quadrático da média

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum vv}{n\,(n-1)}}$$

RESUMO DE DETERMINAÇÕES ASTRONÔMICAS

DETERMINAÇÃO	MÉTODO	PRINCÍPIO	FORMULÁRIO
LATITUDE	Culminação do Sol	Consiste em observar o Sol na culminação, fazer a leitura da distância zenital, pressão e temperatura.	$Z = Z' + R - p + p_z \pm SD$ $R'' = 16{,}27(\text{tg}\,\varphi - \text{tg}\,\delta)\, P_{mbar}/T_{ok})$ $Z = \pm(\varphi - \delta) \dashrightarrow \varphi = \delta \pm z$
	Passagens Meridianas	Consiste em se observar um astro no exato momento de sua passagem pelo meridiano e neste instante mede-se a sua distância zenital, temperatura e pressão.	$Z = \pm(\varphi - \delta) \dashrightarrow \varphi = \delta \pm z$
	Sterneck	Consiste em se observar duas estrelas em suas passagens meridanas, uma ao Norte e outra ao Sul do zênite e nestas passagens mediar a distância zenital.	$\varphi = \frac{\delta_S + \delta_n}{2} + \frac{z'_S - z'_n}{2} + \frac{R_S - R_n}{2}$
HORA (Estado do cronômetro)	Passgem meridiana	Consiste em se obter o instante cronométrico T no exato momento da passagem de um astro pelo meridiano	$S = \alpha$ ou $S = \alpha + 12h$ $E = \alpha - T$ ou $E = \alpha + 12h - T$
	Alturas iguais	Consiste em se observar o mesmo astro com a mesma altura (mesmo almicantarado) a leste e à oeste do meridiano e registrar o instante cronométrico.	$H_W = -H_E \quad S_W = H_W + \alpha \quad S_E = H_E + \alpha$ $\alpha = \frac{S_W + S_W}{2} \quad T = \frac{T_W + T_E}{2} \quad E = \alpha - T$
	Distâncias zenitais absolutas	Consiste em se observar um astro próximo ao primeiro vertical, registrando a distância zenital e cronometrando sua passagem pelos cinco retículos, temperatura e pressão.	$\cos H = \frac{\cos z - \text{sen}\,\delta\, \text{sen}\,\varphi}{\cos\delta \cos\varphi}$ $S = H + \alpha \quad E = S - T$
	Zinger	Consiste em se observar um par de estrelas na passagem pelo mesmo almicantarado, quase ao mesmo tempo, uma a leste e outra a oeste e cronometrar essas passagens.	
LONGITUDE	Transporte do cronômetro	Consiste em, conhecido o estado do cronômetro e a longitude em uma estação, transportar o cronômetro desta até uma estação onde se quer conhecer a longitude. Determina-se o estado do cronômetro para a nova estação. A diferença entre ambos os estados corresponde a diferença de longitude.	$\lambda_A = \lambda_B + (E_A - E_B)$
	Sinais horários	Consiste em se comparar o estante cronométrico T do cronômetro com a hora fornecida pela emissora de rádio. A hora fornecida pela estação somada ao fuso nos dá a hora de Greenwich (TU) que comparada com o instante cronométrico T nos dá o estado relativo de Greenwich.	$\lambda = E_G - E$

Meridiano (azimute)	Distâncias zenitais absolutas	Consiste dm se observar um astro nas proximidades do primeiro vertical e medir a sua distância zenital e o ângulo azimutal (hz), fazer a pontaria à mira e ler Hz. Mede-se a pressão e temperatura.	$\cos A = \frac{\text{sen}\,\varphi \cos z - \text{sen}\,\delta}{\cos\varphi\, \text{sen}\, z}$ $A_M = A_A + L_M - L_A$
	Estrelas em elongação	Consite em se obsrvar um astro no exato momento da sua elongação e nest e instante fazer a leitura do ângulpo horizontal. Faz-se observação sobre a mikra.	$\text{sen}\, A = \frac{\cos\delta}{\cos\varphi}$ $\cos z = \frac{\text{sen}\,\varphi}{\text{sen}\,\delta}$ $\cos H = \frac{tg}{tg}$
	Observação à σ Octantis	Consite em se observar a estrela σOctantis e cronometrar os instantes em que ela toca o retículo vertical.. Faz-se pontaria à mira (Hz).	$tgA = \frac{\cot g\delta\ tg\varphi\ \text{sen}\, H}{1 - \cot g\delta\ tg\varphi\ \cos H}$

14 DETERMINAÇÕES DE ALTA PRECISÃO

14.1 determinação da latitude pelo método de Horrebow-Talcott

O método de Horrebow-Talcott é o mais preciso método que existe para a determinação da latitude em Astronomia de Posição. Horrebow (1732) foi o primeiro geodesista que teve a idéia de combinar para a determinação da latitude, as observações de duas estrelas que culminam em lados opostos do zênite.

Considerando:

Z_s, δ_s . . . distância zenital e declinação da estrela ao sul do zênite; e

Z_n, δ_n . . . distância zenital e declinação da estrela ao norte do zênite.

Na passagem meridiana, vimos:

$$\varphi = \delta_s + z_s$$

e

$$\varphi = \delta_n - z_n$$

Somando, tem-se:

$$\varphi = 0{,}5(\delta_s + \delta_n) + 0{,}5(z_s - z_n) \qquad \text{fórmula de Horrebow}$$

O Capitão Norte Americano Talcott apresentou em 1834 a luneta zenital (luneta astronômica de forte aumento com micrômetro ocular para a medida direta da diferença das distâncias zenitais das estrelas do par de Horrebow e dotada de nível de grande sensibilidade para correção do erro de verticalismo).

A medida de pequenas diferenças de distâncias zenitais meridianas com o micrômetro é feita com grande precisão, da mesma maneira o nível de Talcott (comumente chamada de nível de Horrebow) permite determinar com suficiente precisão a correção diferencial de verticalismo. Como as duas estrelas tem praticamente a mesma altura, a correção diferencial de refração pode ser, também, calculada com grande precisão.

Na organização do ***programa de observação*** (lista de estrelas), admite-se:

- distâncias zenitais máximas de 30^o (eventualmente de 45^o);
- intervalo de tempo entre as estrelas de um par – mínimo de 4 minutos, máximo de 15 minutos (eventualmente 20 minutos);
- intervalo mínimo entre dois pares – 5 minutos;
- diferença de distâncias zenitais das estrelas de um par – máxima de 20’;
- brilho das estrelas – entre 3,0 e 7,0 (as estrelas de brilho superior a 3,0 dificultam as observações);
- quando a 1ª estrela for observada com a ocular W/E a segunda deverá ser com a ocular E/W. Geralmente a 2ª estrela de um par e a 1ª do par seguinte, são observadas na mesma posição da ocular;
- para calcular a correção do cronômetro sobre a hora sideral local (S), deve-se receber durante as observações, sinais horários;
- a pressão e a temperatura do ar devem ser observadas no começo e no final das observações de um grupo de estrelas (série de estrelas – 8 pares);
- é sempre útil que os pares sejam selecionados de maneira tal que a soma algébrica das diferenças micrométricas das distâncias zenitais seja menor que o número total de pares; e
- sempre que possível, em cada noite, devem ser observados pares formados por estrelas diferentes dos observados nas noites anteriores.

Calculada a hora sideral do início dos trabalhos, escolhe-se uma estrela de ascensão reta próxima da hora sideral calculada, tal que:

$$\pm z = \varphi_o - \delta_1 \leq 30^o$$

+ . . . estrelas ao sul (A=0^o); e

- . . . estrelas ao norte (A=180^o).

isto é, estrela de declinação compreendida entre $\varphi_o \pm 30^o$ e φ_o

Encontrada primeira estrela do par tem-se, para a 2ª estrela:

$$\delta_2 \approx 2\,\varphi_o - \delta_1 \pm 20'$$

A distância zenital de calagem é a distância zenital média:

$$\begin{aligned} z &= \varphi_o - \delta_s \\ &\therefore z_m = 0{,}5(\delta_n - \delta_s) \qquad . \qquad . \qquad . \qquad . \qquad (14.1) \\ z &= \delta_n - \varphi_o \end{aligned}$$

As posições que as lunetas, com ocular de cotovelo, podem ocupar durante as observações são:

- estrela ao sul . . . OW   estrela ao norte . . . OE
- estrela ao sul . . . OE   estrela ao norte . . . OW

No primeiro caso a distância zenital de calagem é a calculada, no segundo, seu replemento.

instruções gerais para as observações

- O instrumento deve estar no meridiano, com um erro máximo de 3”;
- Uma lista de observações é preparada incluindo todas estrelas disponíveis. A lista de observação inclui mais estrelas do que aquelas que efetivamente serão observadas;
- As comparações rádio-cronômetro são feitas no início e no fim de cada período (noite). Se for necessário no início e no fim de cada série. Três observações consecutivas de tempo devem ser feitas, isto é, ler o cronômetro no começo de um período de cinco minutos e duas vezes mais nos pulsos de minutos identificáveis. Não é necessário tomar comparações rádio-cronômetro entre séries de latitude a menos que intervalo entre elas sejam maior que duas horas;
- A pressão barométrica e temperatura são registradas no início e no fim de cada série;
- As estrelas observadas são usualmente selecionadas de maneira que, uma estrela sul é observadas depois de uma estrela norte, ou vice-versa. Não é

aconselhável observar mais do que duas estrelas norte, ou duas estrelas sul, sucessivamente;

- Na observação das séries, todas estrelas são observadas em uma posição do círculo vertical, isto é, posição direta ou inversa quando fazemos a pontaria com instrumento. Números iguais de séries são observadas com a posição do círculo a esquerda e a direita (alternadamente);
- Cerca de um minuto e meio deve ser permitido entre passagens sucessivas de estrelas, quando ambas estão no mesmo lado do zênite. Dois minutos são permitidos quando o instrumento for invertido, isto é, uma estrela norte seguida de estrela sul;
- Na observação de cada estrela devemos registrar na caderneta o instante cronométrico, a distância zenital, leituras no nível vertical (esquerda e direita), número da estrela no FK4 e sua posição com relação ao zênite.

Após o cálculo da latitude, devem ser feitas as correções **redução ao nível do mar, redução ao polo médio e redução à estação geodésica**, conforme seque:

- ***redução ao nível do mar***

Essa correção parte da suposição de que a Terra é um elipsóide e que não existem irregularidades nas superfícies eqüipotenciais. Já que a força da gravidade é menor no equador do que nos polos, deduzimos que uma superfície eqüipotencial (superfície de nível) é mais afastada do nível do mar no equador do que nos polos. As superfícies eqüipotenciais são paralelas entre si nos polos e no equador. Portanto as normais a cada superfície, no mesmo meridiano, não são paralelas. A redução ao nível médio do mar decorre da convergência das superfícies de nível, seu valor teórico para o elipsóide internacional é dado pela fórmula:

$$RNMM = -0{,}000172H \operatorname{sen} 2\varphi \qquad . \qquad . \qquad (14.2)$$

Onde,

- H é a altitude da estação; e
- φ é a latitude da estação.

- *redução ao polo médio*

A redução ao polo médio destina-se a corrigir o efeito denominado "variação das latitudes" decorrentes da variação da posição do eixo de rotação na superfície da Terra. A correção é dada por:

$$RPM = -(x \cos\lambda - y \operatorname{sen}\lambda) \quad . \qquad (14.3)$$

Onde, x e y são as coordenadas do polo instantâneo.

- ***redução à estação geodésica***

Quando a determinação da latitude astronômica não for na estação geodésica, devemos reduzi-la a esta estação. A redução é feita através da seguinte fórmula:

$$REG = \frac{-D \cos Az}{M} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.4)$$

Onde,

D → distância entre os pontos (em metros);

Az → azimute (estação geodésica – estação astronômica);

M →raio médio de curvatura da seção meridiana.

$$M = \frac{a\,(1-e^2)}{(1-e^2\ \operatorname{sen}^2\varphi)^{3/2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.5)$$

A latitude astronômica da estação geodésica (φ_a) é finalmente obtida aplicando todas correções na latitude média final (φ_f), da seguinte maneira:

$$\varphi_a = \varphi_f + RNMM + REG + RPM \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.6)$$

14.2 determinação da longitude pelo método de Mayer

- Especificações

Para a determinação de Alta Precisão, o erro médio quadrático da média da longitude não deve ser maior, em valor absoluto, que 0,1” sec φ. Se for maior a classificação da determinação passa a ser de Precisão.

Para que a determinação da longitude possa ser classificada de Alta Precisão, deve atender aos requisitos:

- Deverão ser usadas somente estrelas catalogadas no FK5 (5º catalogo fundamental);
- O fator de azimute (A) de qualquer estrela não deve exceder $\pm$ 0,60. E a soma algébrica do fator (A) em uma série (grupo) não deve exceder $\pm$ 1,0. Deve ser tão próximo de zero quanto possível;
- Normalmente uma série é constituída de seis passagens de estrelas, e o tempo requerido para sua observação não deve exceder uma hora.

O número mínimo de estrelas em uma série é cinco. Quando um determinado número de estrelas formam uma série, elas devem ser exatamente divididas entre estrelas norte e sul. Em séries com número ímpar de estrelas, o número de estrelas norte não deve exceder o número de estrelas sul, ou vice-vesa, mais do que uma.

Pelo menos seis séries de estrelas devem ser observadas para cada estação. No mínimo duas séries são observadas em um período de observação (noite). Os períodos de observação são completados em duas ou mais noites, entretanto, eles podem ser completados em uma noite se pelo menos quatro horas separarem cada período de observação.

Os contatos de registros do cronógrafo para determinar o tempo de passagem da estrela devem ser, 20 e no mínimo 10 pares, para obter uma observação de boa precisão.

Deve-se observar apenas estrelas que possuem brilho entre 3,0 e 7,0.

As comparações rádio-cronômetros são feitas no início e no fim de cada período de observação (noite). As comparações contém não menos do que 20 sinais de rádio. Os sinais de rádio devem ser transmitidos por uma estação de rádio de posição conhecida e o sinal deve ser monitorado por um observatório que publique correções ao sinal de tempo.

No cálculo de séries individuais, o resíduo de qualquer estrela não deve exceder um valor absoluto 0,08s sec φ.

Dentre os vários métodos de determinação da longitude astronômica, o método de Mayer é o mais utilizado nas determinações de alta precisão. Este método proporciona resultados de alta precisão (erro médio quadrático da média inferior a 0,1”), e é um método de fácil operacionalidade.

Longitude astronômica e hora local são valores iguais, expressos em grandezas deferentes, pois a grandeza hora representa intervalo de tempo e a grandeza longitude representa um ângulo, onde uma hora corresponde a um ângulo de quinze graus (15^o). Então a diferença de horas locais de dois pontos é o mesmo que a diferença de longitude entre esses pontos. Se um desses pontos estiver contido no meridiano médio de Greenwich (origem da longitude astronômica), conclui-se que esta diferença de longitude será a própria longitude astronômica do pontos.

O método de Mayer, basicamente consiste em determinar o instante cronométrico da estrela em suas passagem meridiana.

Na passagem meridiana, o ângulo horário do astro é nulo. Com auxílio da equação fundamental da astronomia de posição, conclui-se que a ascensão reta do astro é, numericamente, igual à hora sideral da passagem meridiana do astro.

$$S = H + \alpha$$

Determinada a hora sideral local (S), a longitude (λ) é dada pela relação:

$$\lambda = S - S_G$$

Onde, S_G representa a hora sideral de Greenwich.

A determinação da hora sideral local, consiste em determinar o instante do astro em sua passagem meridiana.

Devido a erros acidentais e sistemáticos, o instante cronométrico não corresponde a exata passagem meridiana do astro. Estes erros (τ) podem ser minimizados através da equação de Mayer modificada.

$$\tau = Aa + Bb + Cc + k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.7)$$

onde,

τ - Redução do instante cronométrico ao meridiano;

A – Fator de azimute;

B – Fator de nível;

C – Fator de colimação;

k = Aberração diária;

a – Desvio azimutal do instrumento (incógnita da equação de Mayer, pode ser determinada pelo método dos mínimos quadrados); e

b – Inclinação do eixo secundário do instrumento.

$$A = \text{sen}\,(\varphi - \delta)\,\sec\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.8)$$

$$B = \cos\,(\varphi - \delta)\,\sec\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.9)$$

$$C = \sec\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.10)$$

$$b = (\Delta W - \Delta E)\,d/60 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.11)$$

$$c = (m - s)\,R / 200 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.12)$$

$$k = 0{,}02132s\,\cos\varphi\,\sec\delta\,\cos H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.13)$$

ΔW – Diferença aritmética da maior e menor leitura de nível (ocular a Oeste);

ΔE – Diferença aritmética da maior e menor leitura de nível (ocular a Leste);

d – sensibilidade do nível;

m – Movimento perdido do micrômetro impessoal;

R – Valor equatorial da volta do micrômetro; e

H – Ângulo horário da estrela.

Aplicando estas correções, a expressão da Mayer assumirá:

$$\lambda = \alpha - (S_G + Aa + Bb + Cc + k) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.14)$$

Sendo:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.15)$$

Onde:

$\Delta\lambda$ - Correção à longitude;

λ - Longitude do ponto; e

λ_o – longitude aproximada do ponto.

$$\Delta\lambda + \lambda_o + S_G + Aa + Bb + Cc + k - \alpha = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.16)$$

Para alcançar resultados de alta precisão, na determinação da longitude astronômica, são impostas algumas restrições às estrelas, conforme segue:

- devem estar catalogadas no FK5 ($5^{\underline{o}}$ catálogo fundamental) ou A.P.F.S.;
- Ter magnitude entre 3,0 e 7,0;
- Fator de azimute (A) menor que 0,6 (valor absoluto);
- Somatório do fator de azimute de um conjunto de número para de estrelas, o número de estrelas cuja passagem meridiana dá-se ao norte do zênite, tem de ser o mesmo número de estrelas cuja passagem meridiana dá-se ao sul. Para conjuntos formados com número ímpar de estrelas, a diferença do número de estrelas ao norte e sul do zênite não devem diferir de uma unidade; e
- Devem ser observados pelo menos seis conjuntos de estrelas, e também devem ser observadas em pelo menos duas noites de trabalho.

instruções gerais para as observações

- O instrumento é cuidadosamente ajustado e posicionado no meridiano com um erro de azimute menor que 1”, antes das observações começarem. Durante as observações, as diferenças no nível, (W - E), não devem nunca exceder 10 divisões e o somatório das diferenças do nível para todas as séries de longitudes devem ser próximas de zero. O instrumento não pode ser re-nivelado durante uma série de passagens.
- Antes de começar as observações uma lista de estrelas é preparada. Esta lista contém todas estrelas disponíveis com considerações dadas ao fator “A”; e

- Na comparações rádio-cronômetro, o cronometro deve ser ajustado o mais próximo possível da hora local (ele não deve ser alterado durante o período de observação).

registro das observações

As seguintes informações são obtidas na observação:

- O cronógrafo registra dez pares de instante cronométrico para cada estrela, e posteriormente é calculado o valor médio;
- São registradas a temperatura e pressão no início e o fim de cada série, o tipo de cronógrafo, a emissora de rádio que foi usada na observação, a data (dia, mês e ano). Além disso, para cada estrela são registradas as quatros leituras no nível duas com o instrumento na posição leste e duas com o instrumento na posição oeste.

comparação rádio-cronômetro

Antes de selecionar as passagens das estrelas as comparações rádio-cronômetro são selecionadas e calculadas para saber se são aproveitáveis. As comparações incorretas ou insuficientes podem causar rejeição de uma ou mais séries. São registradas a hora transmitida do sinal (hora da rádio), e a hora cronométrica local do sinal (correspondendo a hora cronométrica). Com a fita de saídas as comparações rádio-cronômetro, são identificadas e então, selecionados os minutos exatos para cada segundo cronométrico e cada sinal de rádio identificável. Pelo menos 20 sinais são selecionados.

A época média dotada é a hora de segundo cheio mais próxima da época média. A leitura média selecionada é a média das horas cronométricas selecionada mais próximas de 0,0001s.

marcha e estado do cronômetro

Depois de calcular todas as épocas de sinal médio de rádio e suas correspondentes horas cronométricas, devemos determinar a marcha e estado do cronômetro.

tempo de transmissão

O tempo despendido para um sinal de rádio ser transportado da estação transmissora à estação no campo não é instantâneo e varia com a distância entre as duas estações. Quando usamos apenas um sinal fonte, a correção é uma constante em qualquer estação no campo e é aplicada na longitude observada.

correção da emissão

Pequenas correções devem ser aplicadas aos sinais de tempo emitidos pelas estações de rádio. Essa correção é divulgada pelo boletim B do Boureau International de l'Heure (BIH).

cálculo final

Calculados todos valores da longitude para cada série, determinamos o valor da longitude final través da média aritmética, e de posse dos resíduos, são aplicados os testes de rejeição da série.

A longitude final determinada pelas séries aproveitáveis precisa ser submetida as seguintes correções:

redução ao polo

$$\mathbf{RPM = -(x\ sen\ \lambda + y\ cos\ \lambda)\ tg\ \varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \tag{14.17}$$

Onde,

x e y → coordenadas do polo;

redução à estação geodésica

$$REG = \frac{0{,}02376\ D \quad sen\,Az}{\cos\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \tag{14.18}$$

Onde, D – distância entre os pontos geodésico e astronômico (em metros).

longitude astronômica da estação geodésica

$$\lambda_a = \lambda + REG + RPM + TT \tag{14.19}$$

14.3 Determinação do azimute através de observações a estrela polar sul sigma octantis (σ_{Oct})

Este método utiliza o ângulo horário da estrela (H), a colatitude (90^o - φ), e a distância polar (90^o - δ) para calcular o azimute (Az) de uma estrela. A declinação é obtida do catálogo de estrelas, o ângulo horário do astro é a hora sideral local da observação menos a ascensão reta do astro..

Este método é empregado nos lugares de latitudes médias, nas determinações de alta precisão, servindo para orientação das redes fundamentais. O método consiste na observação da estrela de brilho 5,5 Sigma Octantis ***(s_{Oct})*** em um instante qualquer (mas a estrela deve estar afastada de meridiano local de pelo menos uma hora).

Pelo fato da estrela ***(s_{Oct})*** estar “próxima” ao Polo Sul (possui declinação aproximada de 88^o 58’) possui uma velocidade azimutal “muito baixa” (descreve um arco de aproximadamente 2^o em 24 horas siderais). Diante do exposto, a velocidade azimutal desta estrela é pequena, assim esta estrela esta *praticamente* elongando 20 horas em seu movimento diurno.

Para a determinação de Alta Precisão o erro provável do azimute médio astronômico não deve ser maior que 0,3”.

especificações para a determinação de alta precisão

- Deve ser observada duas séries que contém 16 posições em cada série. Pelo menos 12 posições devem ser aceitáveis em cada série;
- As séries devem ser separadas por um período mínimo de quatro horas e preferencialmente são observadas em noites diferentes;
- Qualquer observação com um resíduo maior que 5,0” (em valor absoluto) deverá ser rejeitada;
- Os azimutes médios de cada série são calculadas separadamente. Se o azimute médio das duas séries diferirem mais que *um segundo*, uma terceira série de 16 posições deve ser observada; e
- Quando mais do que duas séries forem observadas, o azimute de qualquer série deve Ter um resíduo menor que *um segundo* do azimute final.

método e instrumentos

Basicamente, o método consiste em observar a estrela $\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{Oct}}$ em um instante qualquer afastado do meridiano, de preferência na elongação.

Em baixa e médias latitudes, as observações para azimute de Alta Precisão devem ser realizadas com o teodolito Wild T-3 ou similares.

instruções gerais para observações

- O instrumento deve ser precisamente nivelado sobre a estação. As linhas de visada para a mira e para a estrela devem ser desobstruídas.
- As comparações rádio-cronômetro devem ser obtidas antes de começar a observação da série e imediatamente após o término desta série. O cronômetro será ajustado o mais próximo da hora sideral local. A precisão da comparação deve estar dentro de 0,2s.
- O astro e mira devem ser medidos 32 vezes (cada um); 16 em cada posição do círculo horizontal. O intervalo de reiteração é $11^{o}15'$.
- É recomendável que as observações se realizem pelo em duas noites diferentes, ou na mesma noite com quatro horas de intervalo entre as séries.
- A mira deve estar afastada do ponto estação a fim de que eles sejam observados com a mesma focalização; e

- No caso de um série com 16 observações, são cronometrados 2 instantes em cada observação (astro e mira), um no início (mira) e outro no fim (astro) fornecendo um total de 32 instantes cronométricos na série.

registro dos dados de campo

. determinação da hora

O cronômetro deve ser acertado o mais próximo possível da hora sideral local. O estado, marcha do cronômetro devem ser corrigidos para o instante da observação.

fórmulas

Para calcular o azimute do astro no instante da observação, utiliza-se:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{sen} H}{\operatorname{sen}\varphi \cos H - \cos\varphi \operatorname{tg}\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (6.7)$$

Onde, $S = S_G + \lambda$ . . . . (9.10)

Correções às observações

. *Correção da curvatura (CC)*

O intervalo de tempo entre as duas pontarias direta e inversa sobre a estrela devem ser tão pequenas quanto possível. O resultado do azimute é calculado usando a média dos instantes cronométricos e a média das pontarias do instrumento. O azimute assim calculado é o azimute do ângulo horário médio e não é igual ao azimute médio da hora cronométrica das pontarias individuais na observação.

A razão do azimute variar constantemente é devido a curvatura da órbita aparente de uma estrela. A diferença é pequena, mas não negligenciável. A expressão geral para o cálculo da correção é:

$$CC = -\frac{2 \operatorname{sen}^2 (T/2) \operatorname{tg} Az}{\operatorname{sen} 1''} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.20)$$

$$T = \frac{t_2 - t_1}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.21)$$

t_1 – instante cronométrico da 1ª pontaria; e

t_2 – instante cronométrico da última pontaria.

. ***correção da inclinação*** **(CI)**

O ângulo medido entre 2 objetos que não estão no mesmo plano não é um ângulo horizontal verdadeiro. Isso ocorre quando o eixo vertical do instrumento não está na vertical. Por essa razão as leituras no círculo são corrigidas usando a seguinte expressão:

$$CI = \frac{d\,(\Delta E - \Delta W)\,\mathrm{tg}\,h}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.22)$$

Onde,

d – constante do nível;

ΔE – diferença aritmética das leituras do nível com o instrumento na posição leste;

ΔW – diferença aritmética das leituras do nível com o instrumento na posição oeste; e

h – altura do astro.

$$h = \mathrm{arc}\cos[\mathrm{sen}\delta\ \mathrm{sen}\varphi + \cos\delta\ \cos H \cos\varphi]$$

.correção da aberração diurna em declinação

$$CA = -0{,}3198 \cos\varphi \cos Az\ \sec h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.23)$$

Ps: esta correção é negativa para o hemisfério sul.

.calculo azimute da mira

Depois de serem efetuados os cálculos dos aimutes do astro e das correções podemos calcular o azimute da mira através da seguinte expressão:

$$Am = (Az + Lm - La) + (CA + CC + CI) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14.24)$$

correções ao azimute

O azimute médio final deve ser corrigido da elevação da mira e da movimento do polo.

. ***elevação da mira***

Como as normais, nos dois pontos sobre o elipsóide, não estão no mesmo plano, tem-se um erro da direção horizontal observada de uma estação, em função da sua altitude acima do elipsóide. A correção é dada pela fórmula:

$$RM = 0{,}000109\ H \cos^2 \varphi\ \text{sen}\ 2Az \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.25)$$

H – altitude da mira

redução ao polo médio

O azimute observado é corrigido da variação polar (movimento do polo), dada pela fórmula:

$$RP = -(x\ \text{sen}\ \lambda + y \cos \lambda) \sec \varphi \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.26)$$

x e y - coordenadas do polo médio.

azimute astronômico da estação geodésica

$$A_M = A + RP + RM \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14.27)$$

15 VARIAÇÃO DAS COORDENADAS URANOGRÁFICAS

15.1 histórico

Conforme anunciado em aulas anteriores, consideramos as coordenadas uranográficas das estrelas sofrem lentas variações no tempo, geralmente inferiores a um minuto de arco por ano.

Hiparco no século II antes de Cristo medindo a longitude celeste das estrelas, notou que estas coordenadas celestes haviam aumentado de cerca de 2^o desde um século e meio atrás, quanto Timocaris havia feito estas mesmas medidas. Foi o primeiro a constatar variações nas coordenadas celestes.

Exemplificando:

	Ano	estrela	longitude
TIMOCARIS	283 a.C.	Spica (α Vir)	172^o
HIPARCO	129 a.C.	Spica (α Vir)	174^o
	154		2^o

Aumento anual de aproximadamente 46”

15.2 fatores determinantes destas variações

Os fatores determinantes das variações das coordenadas celestes são:

- *movimento do eixo de rotação da Terra* e que causam a *precessão luni-solar* e a *nutação*;
- *movimento da eclíptica* e que ocasiona a *precessão planetária;*

- *movimento anual da Terra* (translação) que produz a *paralaxe anual* e *aberração anual;*
- *movimento próprio* das estrelas;
- *movimento diário da Terra* (rotação) que causa a *aberração diária* e a *paralaxe diária;*
- *refração astronômica* dos raios luminosos provenientes dos astros;
- *movimento da Terra* em relação ao seu eixo originando o *movimento do polo*, fazendo com que variem as coordenadas uranográficas.

É comum dividir (didaticamente) as variações das coordenadas astronômicas em *seculares* e *periódicas*. As *variações seculares* são variações lentas, que prosseguem através dos tempos, de maneira que para um certo número de anos, ou mesmo séculos, podem ser consideradas proporcionais ao tempo. As *variações periódicas* são as variações relativamente rápidas, que oscilam entre seus valores extremos num certo período, as quais não podem ser consideras proporcionais ao tempo, com exceção de intervalos muito pequenos.

A maioria das variações seculares, a rigor são periódicas, porém seu período é muito grande, como é o caso da precessão, cujo período é de 260 séculos.

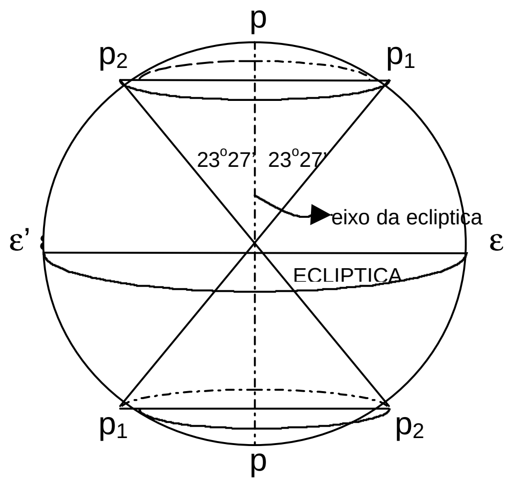
As variações periódicas podem ser ainda de *longo período*, quando o período for de meses ou anos, e de *curto período*, quando for de apenas alguns dias ou menos.

Considerando o problema sem seu todo, as variações que a *ascensão reta* e a *declinação* sofrem, podem ser imputadas:

- *um complexo movimento do eixo da Terra*;
  PRECESSÃO LUNI-SOLAR e
  NUTAÇÃO;
- *a um lento deslocamento da eclítica:*
  PRECESSÃO PLANETÁRIA;
- *ao movimento anual da Terra:*
  PARALAXE ANUAL e
  ABERRAÇÃO ANUAL;
- *a própria estrela:*
  MOVIMENTO PRÓPRIO.

15.3 Precessão luni-solar

Sabe-se que o eixo de rotação da Terra está inclinado em relação ao eixo da eclíptica, de um valor igual à obliqüidade da eclíptica. Devido ao fato da Terra não ser esférica, e sim achatada nos polos, é que se dá o fenômeno da precessão luni-solar. Pode-se chamar de *precessão luni-solar* a um lento balanço de nosso planeta que obriga o seu eixo de rotação (eixo médio) a girar em torno do eixo da eclíptica no sentido retrógrado, gerando em cerca de 26000 anos uma superfície cônica de duas folhas com vértice no centro da Terra (único ponto terrestre que não participa do movimento). Em conseqüência cada polo celeste (polo médio) descreve no mesmo período, sobre a esfera celeste, uma circunferência que delimita uma calota cujo vértice é o polo da ecliptica.

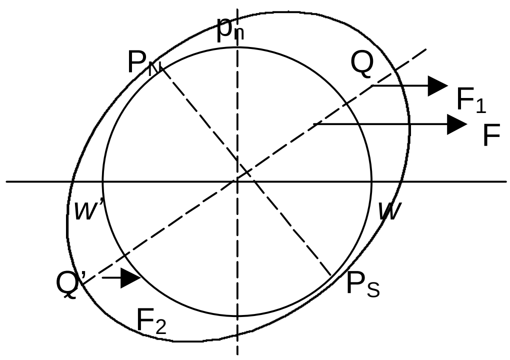


A eclíptica mantém-se imóvel no espaço (no que tange à precessão luni-solar) enquanto e equador sofre um balanço para conservar-se, obediente à própria definição, constantemente normal ao eixo terrestre. Em conseqüência desse deslocamento (do equador), a linha equinocial retrograda, obrigando o ponto vernal a movimentar-se sobre a eclíptica, em sentido contrário ao do movimento anual aparente do Sol, de aproximadamente 50,3” por ano, é o que se conhece por retrogradação dos nodos.

causa da precessão luni-solar

A precessão luni-solar é devida à ação atrativas do Sol e da Lua sobre a *protuberância equatorial*, proporcionando um deslocamento de 50” dos pontos equinociais por ano, aproximadamente 34” é devido à influência da Lua.

O Sol situado no plano da eclíptica exerce sobre as protuberâncias equatoriais atrações F_1 e F_2. Como F_2 está mais distante do Sol → $F_1 > F_2$, o que ocasiona uma resultante F que cría um momento em relação ao centro da Terra. Se a Terra estivisse parada este momento tenderia tombar o plano do equador sobre o plano da eclíptica. Como a Terra possui o movimento de rotação, os polos P_N e P_S descrevem circunferências cujos centros se acham sobre o eixo da eclíptica, isto é, a Terra está animada de um movimento giroscópio. O eixo de rotação da Terra descreve uma superfície cônica de duas folhas de centro em 0. O efeito da atração da Lua se superpõe ao efeito da atração do Sol, dando origem a chamada ***precessão luni-solar***.



Os polos celestes giram em torno do eixo da eclíptica com um período de cerca de 25800 anos. Como o equador é perpendicular ao eixo de rotação da Terra o ponto vernal sofre um deslocamento no sentido retrógrado de cerca de 50,2” por ano.

efeito da precessão luni-solar

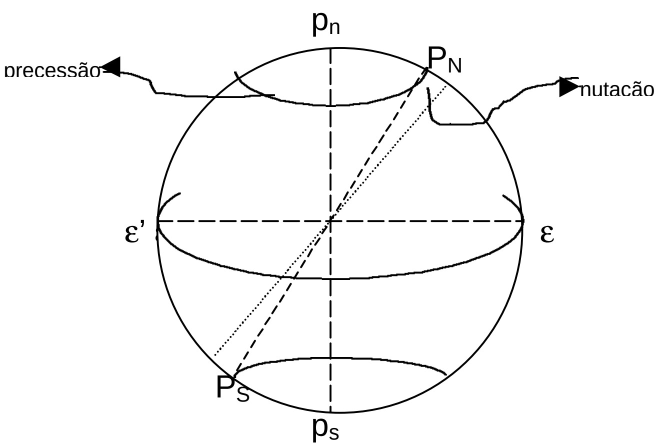
- Variação de coordenadas. As abcissas esféricas que tem origem no ponto vernal, longitude celeste e ascensão reta, são alteradas para mais, uma vez que o sentido de contagem das mesmas é contrário ao da precessão dos equinócios.

Variando a posição do equador, que se mantém sempre perpendicularmente ao eixo da Terra, também a declinação varia;

- Variação na duração das estações;
- Deslocamento dos polos;
- Deslocamento do ponto vernal em relação às constelações zodiacais; e
- Redução no duração do ano trópico.

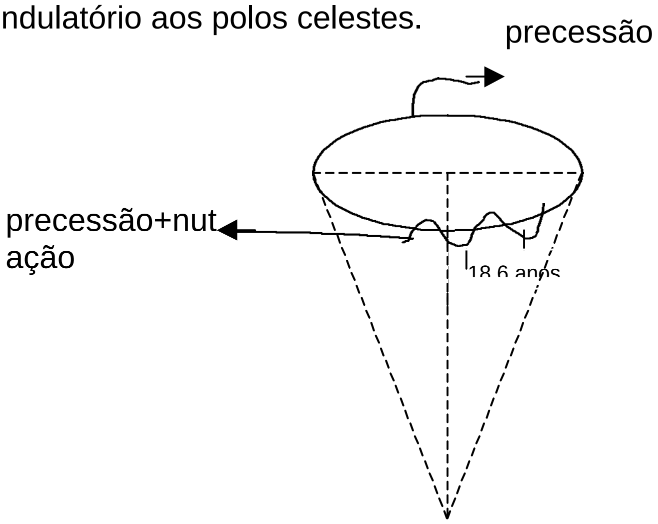
15.4 Nutação

Como a órbita (translação) da Terra não é circular, a distância Terra-Sol sofre variações periódicas. O mesmo ocorre com a Lua. A conseqüência deste fato é que a intensidade das forças de atração terá também variações periódicas. Além disto, o plano da órbita da Lua não coincide com a eclíptica, isto provoca alterações periódicas na direção das foças atrativas. O fenômeno resultante destas causas é conhecido como ***nutação astronômica*** ou apenas ***nutação***, que é o movimento periódico dos polos celestes com amplitude de aproximadamente 18” e período aproximado de 18,6 anos.



A atração luni-solar sobre a protuberância equatorial obriga o eixo da Terra a girar em torno do eixo da eclíptica com um movimento complexo cuja parte secular (precessão luni-solar) foi estudada isoladamente quando supunha-se que o *eixo médio* gerando uma superfície cônica de bases circulares que admite como eixo o eixo da eclíptica. A parte não uniforme, *periódica*, constitui a ***nutação astronômica***, de expressão matemática complexa e formada por termos periódicos que podem ser separados em dois grupos (os de ***longos períodos*** (até 18,6 anos) e dos de ***curto períodos*** (menos de 35 dias). Nas coordenadas aparentes das estrelas que vêm registradas nas efemérides não está incluído o efeito dos termos de curto período em nutação.

A nutação superposta à precessão luni-solar ocasiona um movimento ondulatório aos polos celestes.



A nutação pode ser decomposta em uma série de movimentos ondulatórios, de longo período (18,6 anos até 35 dias) e de curto período (menos de 35 dias).

15.5 Precessão planetária

Viu-se que a precessão luni-solar e a nutação astronômica decorrem da ação atrativa do Sol e da Lua e não exercem influência alguma no que tange à posição da eclíptica no espaço; esta sofre pequenos deslocamentos em conseqüência da ação atrativa dos planetas (principalmente Vênus, Marte e Júpiter) que designa-se de ***precessão planetária***.

A precessão planetária traduz-se por um balanço da eclíptica que determina um deslocamento do ponto vernal no sentido direto sobre o equador. Em conseqüência da precessão planetária, a obliqüidade varia de aproximadamente 48" por século, oscilando entre um máximo de 24^{o} 36' e um mínimo de 21^{o} 59' num período de 20 milênios.

15.6 Precessão geral

Em geral, a precessão luni-solar e a precessão planetária são consideradas simultaneamente, a combinação das duas é conhecida como ***precessão geral.***

Conforme já estudado, conclui-se que devido à precessão geral o ponto vernal sofre um movimento secular e, devido a nutação, um movimento periódico. Como este ponto é a origem de contagem da abcissa esférica no sistema de coordenadas uranográficas, conclui-se que a ascensão reta sofre variações com o tempo. Como a precessão geral tem caráter secular e uniforme corrigem-se as coordenadas uranográficas de seu efeito para o intervalo de tempo decorrido entre duas épocas.

A nutação tem caráter periódico, as coordenadas em uma determinada época devem ser corrigidas da nutação nesta mesma época. As coordenadas médias nesta época, corrigidas da nutação são chamadas de coordenadas verdadeiras.

15.7 Paralaxe anual

Em decorrência do movimento translatório do nosso planeta cada estrela parece descrever uma pequena elipse em torno de sua projeção sobre a esfera celeste a partir do Sol ,essa elipse – elipse paralática – será tanto mais excêntrica quanto menor for a latitude do astro, degenerando num segmento no caso de uma estrela situada no plano da eclíptica. O ângulo p sob o qual do astro se subentende o semi-eixo maior da órbita terrestre denomina-se ***paralaxe anual*** e varia de um estrela para outra em função de sua distância.

15.8 Aberração estelar

Em 1725 BRADLEY empenhava-se, a exemplo de muitos investigadores, contemporâneos e anteriores, na determinação de uma paralaxe estelar, as suas observações recaíram sobre a γ Dra da qual mediu coidadosamente a declinação em diferentes épocas do ano.

Os resultados obtidos, todavia, não indicavam um movimento da estrela sobre a procurada elipse paralática. Bem ao contrário, Bradley esperava chegar a valores iguais para a declinação nos equinócios e eles resultaram diferentes de cerca de 40”, esperava encontrar uma discrepância máxima nos sostícios e constatou que nessas épocas a declinação da γ Dra era praticamente a mesma.

Decorridos três anos, em 1728, o próprio Bradley chegou a explicação do fenômeno, mais tarde denominado ***aberração estelar***, a variação da posição da estrela estaria ligada à relação entre a velocidade da luz e a velocidade do observador.

Entende-se por aberração o fenômeno do deslocamento aparente de um objeto celeste causado pelo velocidade da luz e pelo movimento relativo do objeto e do observador.

15.9 Aberração anual

O fenômeno que estamos estudando (aberração estelar) depende da relação entre a velocidade de propagação da luz e a velocidade do observador, até aqui, considerou-se o observador arrastado pelo movimento de translação a Terra ao redor do Sol, o que justifica a expressão ***aberração anual***. E é precisamente esta aberração estelar anual que nos interessa no problema da variação das coordenadas uranográficas de uma estrela.

15.10 Aberração diária

Considerando-se o movimento de rotação da Terra tem-se a aberração estelar diurna, cujos efeitos são menos acentuados que os da anual pois a velocidade tangencial do observador é muito menor.

. no equador v $\cong$ 465 m/s

. na latitude φ v $\cong$ 465 cos φ m/s

15.11 Movimento próprio

No movimento diurno as estrelas foram consideradas como astros fixos na esfera celeste, mas sabe-se que tais astros acham-se animados de grandes velocidades, mas praticamente imperceptíveis devido seu extraordinário afastamento.

Halley e Cassini tentaram estudar o movimento próprio das estrelas com base em indicações que remontavam a Ptolomeu. Mayer, valendo-se de posições determinadas por Roëmer compôs um catálogo, em 1760, onde registrou o movimento próprio de 80 estrelas.

A estrela "Flecha de Bernard", estrela de magnitude 9,6 situada na constelação de Ofiuco e uma das mais próximas da Terra é a que apresenta maior movimento próprio conhecido (10"/ano).

No posicionamento astronômico, interessa a influência de tal deslocamento sobre as coordenadas uranográficas, ou, como é usual dizer, o movimento próprio anual em ascensão reta e o movimento anual em declinação. Tais valores podem ser obtidos, nos casos conhecidos, nos catálogos estelares.

posição média, verdadeira e aparente

- precessão luni-solar
- precessão planetária

} → deslocamento do sistema de referência

- movimento próprio → deslocamento real

} não periódicos

- nutação { termos de longo período / termos de curto período } ⇨ deslocamento do sistema de referência
- aberração anual
- paralaxe anual

} ⇨ deslocamentos aparentes

} periódicos

Os três primeiros são ditos seculares ou não periódicos, e os demais periódicos.

As posições obtidas sem a consideração dos efeitos periódicos são chamadas de ***médias***. Ou, a ascensão reta e a declinação média são referidas ao *equador e ponto vernal médios* e corrigidas apenas do movimento próprio. As coordenadas médias corrigidas do efeito da *nutação* serão as ***verdadeiras*** as quais mediante considerção da aberração anual e, eventualmente, da paralaxe, transformam-se em coordenadas ***aparentes***.

precessão + movimento próprio → posição média

nutação

↓

posição verdadeira

movimentos aparentes

↓

posição aparente

16 BIBLIOGRAFIA

ARANA, J. M., ***Comparação de métodos na Astronomia de alta precisão: Mayer, Sterneck e determinação simultânea***. Dissertação de Mestrado. Departamento de Geociências, Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba, 1991.

BARDINI, Z. J. ***Comparação de métodos de segunda ordem para determinação da posição geográfica***. Dissertação de Mestrado. Departamento de Geociências. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1985.

BARRETO, L. M. ***Astronomia Geral***. Publicações do Observatório Nacional. Rio de Janeiro. 1984

BOLLINA, J. A. T. ***Astronomia de Campo***. D. G. T. C. Divisão de Geografia Secção de Levantamentos. Curitiba. 1964

CHAGAS, C. B. ***Astronomia Geodésica***. Diretoria do Serviço Geográfico. Rio de Janeiro. 1965.

CLEMENCE, G.M. and WOOLARD. E. W. ***Spherical Astronomy***. Academic Press. New York. 1966.

COSTA, S.M.A., ***Projeto Pró-Astro***. Dissertação de Mestrado. Departamento de Geociências, Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1988.

DOMINGUES, F. A. A. ***Astronomia de Posição***. Escola Politécnica. Universidade de São Paulo USP. São Paulo. 1986.

FERRAZ. A. S., e SILVA, A. S. ***Astronomia de Campo***. Imprensa Universitária da Unverdidade Federal de Viçosa MG. Viçosa. 1986.

FRANCO, L. C. S. ***Determinação da latitude, longitude e azimute de uma direção terrestre por observações do Sol com emprego de sinais horários contínuos***. Seminários apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1985

GEMAEL, C. ***Introdução à Astronomia Esférica***. Diretório Acadêmico do Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1981.

______. ***Astronomia Esférica***. Diretório Acadêmico do Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1981.

GUTERRES, I. G. ***Astronomia de Posição***. Instituto Militar de Engenharia IME. Rio de Janeiro. 1981.

HATSCHBACK, F. ***Redução de Coordenadas Celestes e Identificação de Estrelas em Catálogos Gravados em Fitas Magnéticas. Programas em Linguagem FORTRAN IV***. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1975.

______. ***Tempo em Astronomia***. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1979.

______. ***Determinações Astronômicas***. Diretório Acadêmico do Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba. 1881.

TALIBERTI, L. ***Azimutes por circum – elongações em função de diferenças de distâncias zenitais***. Instituto Geográfico e Geológico. São Paulo. 1962

MACKIE, J. B. ***The Elements of Astronomy for Surveyors***. Charles Griffin & Company Ltd. England. 1985.

MUELLER, I. I. ***Spherical and Pratical Astronomy as Applied to Geodesy***. Frederick Ungar Publishing CO. New York. 1977.

ROBBINS, A. R., Field and Geodetic Astronomy, ***Military Engineering***, 13 (9). 1976.

SANTOS, W. J. dos. ***Comparação de métodos para determinação do azimute de segunda ordem***. Dissertação de Mestrado. Departamento de Geociências. Universidade Federal do Paraná UFPR. 1980